

Câu 1: (1,5 đ)

- a) Rút gọn các biểu thức $A = 6\sqrt{48} - 2\sqrt{27} - 15\sqrt{3}$
 $B = \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} - \sqrt{33 - 12\sqrt{6}}$
- b) Giải phương trình: $3x^2 + 5x - 2 = 0$

Câu 2 (1,5 đ): Cho hàm số $y = -3x^2$

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- b) Tìm các điểm A, B thuộc đồ thị hàm số và lần lượt có hoành độ là -1 và $\frac{1}{2}$
- c) Tìm điểm I thuộc trục tung sao cho A, I, B thẳng hàng.

Câu 3: (2 đ): Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} ax - 2y = 1 \\ -x + y = a \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $a = 3$
- b) Tìm các giá trị nguyên của a để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với $x; y$ là các số nguyên.

Câu 4: (1đ): Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không chứa nước dự kiến trong 4 giờ thì đầy bể. Nhưng thực tế hai vòi cùng chảy trong 2 giờ đầu, sau đó vòi thứ hai chảy một mình trong 6 giờ nữa mới đầy bể.

Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy trong bao lâu sẽ đầy bể?

Câu 5: (3đ): Từ điểm A bên ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AMN đến đường tròn (O). Gọi E là trung điểm của MN, đường thẳng CE cắt đường tròn (O) tại I.

- a. Chứng minh năm điểm A, B, O, E, C cùng thuộc một đường tròn, tìm tâm K của đường tròn đó.
- b. Chứng minh $\widehat{AOC} = \widehat{BIC}$ và $\widehat{BN} = \widehat{IM}$
- c. Chứng minh $\frac{BM}{BN} = \frac{CM}{CN}$

Xác định vị trí của cát tuyến AMN sao cho tổng $AM + AN$ đạt giá trị lớn nhất

Câu 6 (1đ): Cho 2 số dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q = \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}$

ĐÁP ÁN- BIỂU ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	a) $A = 6\sqrt{48} - 2\sqrt{27} - 15\sqrt{3} = 24\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ $B = \sqrt{15 - 6\sqrt{6}} - \sqrt{33 - 12\sqrt{6}} = \sqrt{(3 - \sqrt{6})^2} - \sqrt{(2\sqrt{6} - 3)^2}$ $= (3 - \sqrt{6}) - (2\sqrt{6} - 3) = 6 - 3\sqrt{6}$ b) $3x^2 + 5x - 2 = 0$ $\Delta = 5^2 - 4.3.(-2) = 49 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2.3} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2.3} = -2$	0,5đ 0,5đ 0,5đ
Câu 2	a) Xét hàm số: $y = -3x^2$ TXĐ : R Bảng giá trị : Vẽ đúng, đẹp, nhận xét về đồ thị b) Thay $x = -1$ có $y = -3(-1)^2 = -3$ Thay $x = \frac{1}{2}$ có $y = -3(\frac{1}{2})^2 = -\frac{3}{4}$ Vậy $A(-1; -3)$, $B(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4})$ c) Gọi phương trình đường thẳng AB là $y = ax + b$ Vì $A(-1; -3)$, $B(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4})$ thuộc phương trình đường thẳng AB nên: $\begin{cases} -a + b = -3 \\ \frac{1}{2}a + b = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}a = -\frac{9}{4} \\ -a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$ Vậy phương trình đường thẳng AB là $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ Điểm I thuộc trục tung nên $I(0; y_I)$ Để A, I, B thẳng hàng thì I thuộc đường thẳng AB, suy ra: $y_I = \frac{3}{2}.0 - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$. Vậy $I(0; -\frac{3}{2})$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 3	Cho hệ phương trình: $\begin{cases} ax - 2y = 1 \\ -x + y = a \end{cases}$ a) Với $a = 3$ ta có hpt:	0,75đ

	$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 10 \end{cases}$ Vậy với $a = 3$ hpt có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; \frac{5}{2})$ b) $\begin{cases} ax - 2y = 1 \\ -x + y = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(y-a) - 2y = 1 \\ x = y - a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)y = a^2 + 1 & (1) \\ x = y - a & (2) \end{cases}$ Hpt có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ pt (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ Khi đó, từ (1) suy ra $y = \frac{a^2 + 1}{a - 2} = a + 2 + \frac{5}{a - 2}$ Thế vào (2) được $y = \frac{2a + 1}{a - 2} = 2 + \frac{5}{a - 2}$ Để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với $x; y$ là các số nguyên thì $\Leftrightarrow a - 2 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$ $\Leftrightarrow a \in \{-3; 1; 3; 7\}$ (tmđk)	0,25đ 0,5đ 0,5đ
Câu 4	Gọi x (giờ) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể. Gọi y (giờ) là thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể. ($x > 12; y > 12$) Trong một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể), cả hai vòi chảy được $\frac{1}{4}$ (bể) nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1)$ cả hai vòi chảy trong 2 giờ được $2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$ (bể) vòi thứ hai chảy trong 6 giờ được $6 \cdot \frac{1}{y}$ (bể) Theo bài ra ta có pt: $2(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) + 6 \cdot \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{x} + \frac{8}{y} = 1 \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hpt: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{8}{y} = 1 \end{cases}$ Đặt $a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y}$ ta có : $\begin{cases} a + b = \frac{1}{4} \\ 2a + 8b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = \frac{1}{2} \\ 2a + 8b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b = \frac{1}{2} \\ a + b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{12} \\ a = \frac{1}{6} \end{cases}$	0,25đ 0,25đ

	Mà $AB = AC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{AC}$ $\Rightarrow \frac{BM}{BN} = \frac{CM}{CN}$ Ta có $AM + AN = AE - ME + AE + EN = 2AE$ Mà $AE \leq AO$ (độ dài AO không đổi) $\Rightarrow$ dấu bằng xảy ra khi E trùng O. Lúc đó cát tuyến AMN đi qua O. Vậy tổng $AM + AN$ đạt giá trị lớn nhất khi cát tuyến AMN đi qua O	1đ
Câu 6	Với $a > 0; b > 0$ ta có: $(a^2 - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^4 - 2a^2b + b^2 \geq 0 \Rightarrow a^4 + b^2 \geq 2a^2b$ $\Leftrightarrow a^4 + b^2 + 2ab^2 \geq 2a^2b + 2ab^2 \Leftrightarrow \frac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} \leq \frac{1}{2ab(a+b)} \quad (1)$ Tương tự có $\frac{1}{b^4 + a^2 + 2a^2b} \leq \frac{1}{2ab(a+b)} \quad (2).$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow Q \leq \frac{1}{ab(a+b)}$ Vì $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \Leftrightarrow a + b = 2ab$ mà $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ $\Leftrightarrow 2ab \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq 1 \Leftrightarrow ab \geq 1$ $\Rightarrow Q \leq \frac{1}{2(ab)^2} \leq \frac{1}{2}.$ Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a = b \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức là $\frac{1}{2}$ khi $a = b = 1$.	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

Câu 1: (1,5 điểm). a) Đúng cho 1,0 điểm

*) Vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2$

cho 0,25 điểm

Bảng một số giá trị tương ứng (x,y):

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

*) Vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$

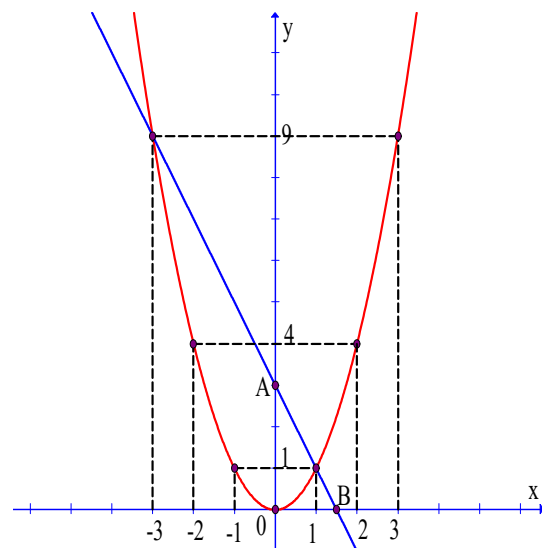
cho 0,25 điểm

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -2 \cdot 0 + 3 = 3 \Rightarrow A(0; 3)$.

Cho $y = 0 \Rightarrow -2x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow$

Vậy đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là đường
AB

$B(\frac{3}{2}; 0)$
thẳng



b) Đúng cho 1,0 điểm

Tọa độ giao điểm của đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -2x + 3 \\ y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0 \\ y = x^2 \end{cases} \quad (1) \quad \text{cho 0,25đ}$$

Phương trình (1) có $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$

Suy ra $x_1 = 1$; $x_2 = -3$

+ Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1^2 = 1 \Rightarrow (1; 1)$

+ Với $x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = (-3)^2 = 9 \Rightarrow (-3; 9)$

cho 0,25 điểm

cho 0,25 điểm

cho 0,25 điểm

c) (Cho 0,75 điểm) Với $x_1 = -2$, ta có: $(-2)^2 - 2(m+1)(-2) - 3 = 0$

$$\Rightarrow 4m + 5 = 0 \Rightarrow m = \frac{-5}{4}$$

cho 0,25 điểm

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{1} = -3$

cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow -2x_2 = -3 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}$$

cho 0,25 điểm

d) (Cho 1,0 điểm) Ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m+1)}{1} = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{1} = -3 \end{cases}$$

cho 0,25 điểm

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = [2(m+1)]^2 + 6 = 4m^2 + 8m + 10 \quad \text{cho 0,25 điểm}$$

Theo bài: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 10 = 10$

cho 0,25 điểm

$$\Leftrightarrow m = 0; m = -2$$

cho 0,25

điểm

Câu 3: (3 điểm). Vẽ hình đúng cho

cho 0,25 điểm

a) Cho 0,75 điểm

b) Cho 1,0 điểm

c) Cho 1,0 điểm

Câu 4: (1 điểm).

+ Tính diện tích xung quanh

cho 0,5 điểm

+ Thể tích của hình nón

cho 0,5 điểm

- Giáo viên hướng dẫn ôn tập chung.