

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Năm học 2016-2017

**Môn: Toán**

Thời gian làm bài 120 phút

Ngày thi: 26/5/2016

(Đề thi gồm 5 câu, 01 trang)

**Câu 1.** (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a)  $2x - x^2 = 0$

b)  $\sqrt{x+1} = 3 - x$

**Câu 2.** (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} - \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \quad \text{với } x > 0; y > 0; x \neq y.$$

b) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad (\text{m là tham số})$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn đẳng thức  $x^2 + 2y^2 = 2$ **Câu 3.** (2,0 điểm)a) Tìm m để đồ thị hàm số  $y = (m^2 - 4)x + 2m - 7$  song song với đồ thị hàm số  $y = 5x - 1$ 

b) Một tam giác vuông có chu vi 24 cm. Độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2 cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó ?

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại điểm H (H nằm giữa O và B). Trên tia đối của tia NM lấy điểm C nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm K khác A. Hai dây MN và BK cắt nhau ở E. Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F. Chứng minh:

a) Tứ giác AHEK nội tiếp

b) Tam giác NFK cân và  $EM \cdot NC = EN \cdot CM$ c) Giả sử  $KE = KC$ . Chứng minh  $OK \parallel MN$  và  $KM^2 + KN^2 = 4R^2$ **Câu 5.** (1,0 điểm)Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn  $x + y + z = 3$ . Chứng minh:

$$(x-1)^3 + (y-1)^3 + (z-1)^3 \geq \frac{-3}{4}$$

| Câu       | ý | Đáp án                                                                                                                                                       | Điểm |
|-----------|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1<br>(2đ) | a | $2x - x^2 = 0$                                                                                                                                               | 0,25 |
|           |   | $\Leftrightarrow x(2 - x) = 0$                                                                                                                               | 0,5  |
|           |   | $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$                                          | 0,25 |
|           |   | Kết luận: Vậy phương trình có nghiệm $x = 0; x = 2$                                                                                                          |      |
|           | b | $\sqrt{x+1} = 3 - x$                                                                                                                                         | 0,25 |
|           |   | Điều kiện: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$ | 0,25 |
|           |   | $\Leftrightarrow x+1 = (3-x)^2 \Leftrightarrow x+1 = 9-6x+x^2$                                                                                               | 0,25 |
|           |   | $\Leftrightarrow x^2 - 7x + 8 = 0$                                                                                                                           |      |
|           |   | Giải phương trình tìm được $x_1 = \frac{7+\sqrt{17}}{2}$ (loại)                                                                                              | 0,25 |
|           |   | $x_2 = \frac{7-\sqrt{17}}{2}$ (thỏa mãn)                                                                                                                     | 0,25 |
|           |   | Kết luận: Vậy phương trình có nghiệm $x_2 = \frac{7-\sqrt{17}}{2}$                                                                                           | 0,25 |
| 2<br>(2đ) | a | $A = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} - \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$                                             | 0,25 |
|           |   | $= \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}} - \frac{x + 2\sqrt{xy} + y - 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$                                           | 0,25 |
|           |   | $= \sqrt{x} + \sqrt{y} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$                                                                                | 0,25 |
|           |   | $= \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2\sqrt{y}$                                                                                                    | 0,25 |
|           |   | Kết luận: Vậy $A = 2\sqrt{y}$                                                                                                                                | 0,25 |



|  |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                     |
|--|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
|  |   | <p>Xét tứ giác AHEK có: <math>\widehat{AHE} = 90^0 (gt)</math></p> <p><math>\widehat{AKE} = 90^0</math> (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{AHE} + \widehat{AKE} = 180^0 \Rightarrow</math> Tứ giác AHEK nội tiếp</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
|  | b | <p>*Do đường kính AB <math>\perp</math> MN nên B là điểm chính giữa cung MN</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{MKB} = \widehat{NKB}</math> (1)</p> <p>Ta lại có: <math>BK \parallel NF</math> (cùng vuông góc với AC)</p> <p><math>\Rightarrow \widehat{NKB} = \widehat{KNF}</math> (so le trong) (2)</p> <p><math>\widehat{MKB} = \widehat{MFN}</math> (đồng vị) (3)</p> <p>Từ (1);(2);(3) <math>\Rightarrow \widehat{MFN} = \widehat{KNF}</math> hay <math>\widehat{KFN} = \widehat{KNF}</math></p> <p><math>\Rightarrow \Delta KNF</math> cân tại K</p> <p>* <math>\Delta MKN</math> có KE là phân giác của góc <math>\widehat{MKN} \Rightarrow \frac{ME}{EN} = \frac{MK}{KN}</math> (4)</p> <p>Ta lại có: <math>KE \perp KC</math>; KE là phân giác của góc <math>\widehat{MKN} \Rightarrow KC</math> là phân giác ngoài của <math>\Delta MKN</math> tại K <math>\Rightarrow \frac{CM}{CN} = \frac{KM}{KN}</math> (5)</p> <p>Từ (4) và (5) <math>\Rightarrow \frac{ME}{EN} = \frac{CM}{CN} \Rightarrow ME.CN = EN.CM</math></p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
|  | c | <p>* Ta có <math>\widehat{AKB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BKC} = 90^0 \Rightarrow \Delta KEC</math> vuông tại K</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                     |

|           |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                 |
|-----------|--|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|           |  | <p>Theo giả thiết ta lại có <math>KE = KC \Rightarrow \triangle KEC</math> vuông cân tại K<br/> <math>\Rightarrow \widehat{KEC} = \widehat{KCE} = 45^\circ</math><br/> Ta có <math>\widehat{BEH} = \widehat{KEC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{OBK} = 45^\circ</math><br/> Mặt khác <math>\triangle OBK</math> cân tại O <math>\Rightarrow \triangle OBK</math> vuông cân tại O<br/> <math>\Rightarrow OK \parallel MN</math> (cùng vuông góc với AB)<br/> * Gọi P là giao điểm của tia KO với (O).<br/> Ta có KP là đường kính và <math>KP \parallel NM</math>; <math>KP = 2R</math><br/> Ta có tứ giác KPMN là hình thang cân nên <math>KN = MP</math><br/> <math>\widehat{PMK} = 90^\circ</math> (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)<br/> Xét tam giác vuông KMP, ta có: <math>MP^2 + MK^2 = KP^2</math><br/> Mà <math>KN = MP \Rightarrow KN^2 + KM^2 = 4R^2</math></p>                                                                                                                                                           | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
| 5<br>(1đ) |  | <p>Ta có <math>(x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 3x + 3) - 1</math><br/> <math display="block">= x\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x - 1</math><br/> Vì <math>x \geq 0 \Rightarrow x\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow (x-1)^3 \geq \frac{3}{4}x - 1</math> (1)<br/> Tương tự ta có: <math>(y-1)^3 \geq \frac{3}{4}y - 1</math> (2)<br/> <math display="block">(z-1)^3 \geq \frac{3}{4}z - 1</math> (3)<br/> Từ (1), (2), (3) suy ra:<br/> <math display="block">(x-1)^3 + (y-1)^3 + (z-1)^3 \geq \frac{3}{4}(x+y+z) - 3 = \frac{9}{4} - 3 = -\frac{3}{4}</math><br/> Vậy <math>(x-1)^3 + (y-1)^3 + (z-1)^3 \geq -\frac{3}{4}</math><br/> Dấu đẳng thức xảy ra khi<br/> <math display="block">\begin{cases} x\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \\ y\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \\ z\left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \\ x + y + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = z = \frac{3}{2} \\ y = 0, x = z = \frac{3}{2} \\ z = 0, x = y = \frac{3}{2} \end{cases}</math></p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>             |

*\* Ghi chú: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*