

(Học sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên học sinh:..... Lớp:

Câu 1: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$ B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 2: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(3a) = \frac{1}{3} \ln a$. B. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$. C. $\ln a^3 = 3 \ln a$. D. $\ln(3a) = 3 \ln a$

Câu 3: Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\ln \frac{4}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$. C. $y = \frac{x}{x+1}$. D. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$.

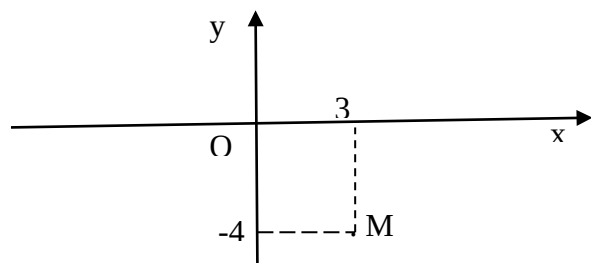
Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 50. D. 122.

Câu 7: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 + 3z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 5. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 8: Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu cho số phức:



- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = -4 - 3i$. C. $z = 3 + 4i$. D. $z = -4 + 3i$.

Câu 9: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{6} Bh$. D. $V = \frac{1}{2} Bh$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $P(0; -1; 0)$. C. $Q(0; 0; 1)$. D. $N(3; -1; 0)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 12: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{1+2x}$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -3. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng, số tam giác có đỉnh được tạo thành từ các điểm trên là ?

- A. A_{10}^7 . B. A_{10}^3 . C. C_{10}^3 . D. 10^3 .

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			3		-1		3	

$-\infty \nearrow$
 $\searrow -1$
 $\nearrow 3$
 $\searrow$
 $-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-2; 0); (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2); (0; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

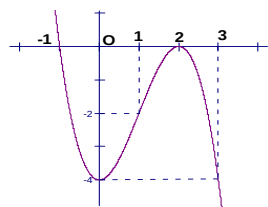
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 17: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 + 3x - 4$. C. $y = x^3 - 3x - 4$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 5$. D. $x = 0$.

Câu 19: Tập hợp nghiệm của bất phương trình $e^{2x} < e^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$ B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $2 + C$. B. $x^2 + x + C$. C. $\frac{x^3}{3} + x + C$. D. $\frac{2}{3}x + C$.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc giữa (IE, JF) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 23: Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = -5$. B. $f(1) = 0$. C. $f(1) = -7$. D. $f(1) = -6$.

Câu 24: Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 7 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{35}{22}$. C. $\frac{9}{44}$. D. $\frac{1}{22}$.

Câu 25: Biết $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 4b$.

- A. $P = -3$. B. $P = 0$. C. $P = 3$. D. $P = 1$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 2$.
C. $y = -x$. D. $y = -x + 2; y = -x - 2$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và CD .

- A. $3a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 28: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + C_n^3 = 84$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

- A. 1120. B. $70x$. C. $1120x$. D. 70.

Câu 29: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,25\% / \text{tháng}$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền lãi gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 1.590.406 đồng. B. 1.509.406 đồng. C. 101.590.406 đồng. D. 101.509.406 đồng.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $x+3y+z-5=0$. B. $3x-y-z+6=0$. C. $x+3y+z-6=0$. D. $3x-y-z-5=0$.

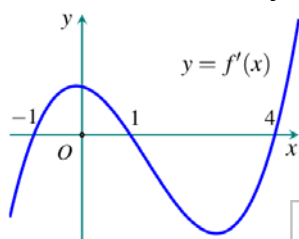
Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a , tam giác ABC cân tại C . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB . Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 32: Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 9)$ là.

- A. 1. B. 49. C. 0. D. 4.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; -2); (1; 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(-2; 1); (3; +\infty)$.

Câu 34: Tích giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. $\frac{82}{9}$. B. 0. C. 1. D. 9.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.
C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

Phương trình mặt phẳng (P) là.

- A. $x+2y+5z-30=0$. B. $x+y+z-8=0$. C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 37: Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thành 2 phần. Tỷ số diện tích của chúng thuộc khoảng nào?

- A. $(0,5;0,6)$. B. $(0,7;0,8)$. C. $(0,4;0,5)$. D. $(0,6;0,7)$.

Câu 38: Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao có độ dài bằng nhau. Hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy (các cạnh AD, BC không phải là đường sinh của hình trụ). Tính độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ biết rằng cạnh hình vuông có độ dài bằng a .

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin x \cos x - \sin x - \cos x + m = 0$ có nghiệm?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2 \cdot 2^x + 2 = m$ có nghiệm $x \in (-1; 2)$.

- A. 8. B. 11. C. 10. D. 9.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(2)$ bằng

- A. $2 + \ln 15$. B. $4 + \ln 15$. C. $3 + \ln 15$. D. $\ln 15$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = |z-i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$ (SBC) $\perp$ (ABC). Biết $SB = 6a$; $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

- A. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$. C. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$. D. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$.

Câu 44: Một đĩa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh $1cm$ lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là $18cm$ thì chiều cao của khối hộp là:

- A. 7. B. 3. C. 6. D. 2.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

- A. $M(3; -4; 0)$. B. $M(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0)$. C. $M(0; 0; 5)$. D. $M(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0)$.

Câu 46: Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-1+2i| = \sqrt{5}$.

Tìm $P = 16a + 8b$ biết $|z+1+i| + |z-1+4i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. -36. B. $\sqrt{58}$. C. 58. D. 40.

Câu 47: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

- A. $-672x^5$. B. $672x^5$. C. -672. D. 672.

Câu 48: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m + t \end{cases}$. Tìm m để d

cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

- A. $m = 0$ hoặc $m = -4$. B. $m = -1$ hoặc $m = -4$. C. $m = 0$ hoặc $m = 4$. D. $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Câu 49: Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 50: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

- A. $P = 0,452$ B. $P = 0,435$ C. $P = 0,4525$ D. $P = 0,4245$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM CHI TIẾT MÃ ĐỀ 132

Câu 1. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$ B. $3a$ C. $2a$ D. $\frac{3a}{2}$

Lời giải

$$S_{xq} = \pi r l = 4\pi a^2 \Leftrightarrow \pi \cdot 2a \cdot l = 4\pi a^2 \Rightarrow l = 2a$$

Vậy $l = 2a$.

Câu 2. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(3a) = \frac{1}{3} \ln a$ B. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$ C. $\ln a^3 = 3 \ln a$ D. $\ln(3a) = 3 \ln a$

Lời giải

Ta có: $\ln a^3 = 3 \ln a$.

Câu 3. Tích phân $\int_1^2 \frac{dx}{x+2}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$ B. $\log \frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{15}$ D. $\ln \frac{4}{3}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int_1^2 \frac{dx}{x+2} = \ln|x+2| \Big|_1^2 = \ln 4 - \ln 3 = \ln \frac{4}{3}.$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng của mặt phẳng đi qua ba điểm lần lượt thuộc ba trục tọa độ

$$M(1;0;0), N(0;-2;0), P(0;0;3) \text{ là: } \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1.$$

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

- A. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 2}$ C. $y = \frac{x}{x+1}$ D. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

Lời giải

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = x-1 \Rightarrow \text{đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.}$$

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 2} \text{ có: } x^2 + 2 > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.}$$

$$y = \sqrt{x^2 - 1} \text{ không có tiệm cận đứng.}$$

$y = \frac{x}{x+1}$ Có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x+1} = \infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 50.

D. 122.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 4x^3 - 8x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 5 \\ f(\pm\sqrt{2}) = 1 \\ f(0) = 5 \\ f(3) = 50 \end{cases} \Rightarrow \min_{[-2; 3]} f(x) = 1.$$

Câu 7. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 + 3z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 5.

D. $\frac{3}{4}$.

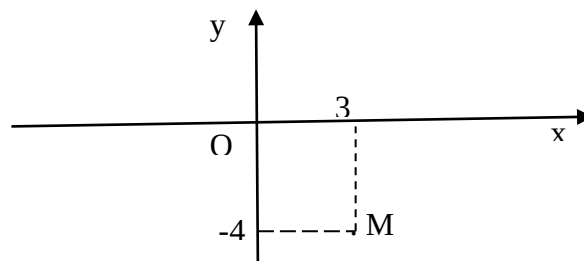
Lời giải

$$\text{Ta có: } \Delta' = 9 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = -71 = 71i^2.$$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} z_1 = -\frac{3}{8} + \frac{\sqrt{71}}{8}i \\ z_2 = -\frac{3}{8} - \frac{\sqrt{71}}{8}i \end{cases} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{5}$$

Câu 8. Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu cho số phức:



A. $z = 3 - 4i$.

B. $z = -4 - 3i$.

C. $z = 3 + 4i$.

D. $z = -4 + 3i$.

Lời giải

Điểm $M(3; -4)$ biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 9. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = Bh$.

C. $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$

B. $P(0; -1; 0)$.

C. $Q(0; 0; 1)$.

D. $N(3; -1; 0)$.

Lời giải

Khi chiếu điểm $A(3; -1; 1)$ lên mặt phẳng (Oxy) thì tung độ và hoành độ giữ nguyên, cao độ bằng 0. Vậy $N(3; -1; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 3; 1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Lời giải

Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 3; -1)$.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{1+2x}$ bằng

- A.** 2. **B.** 1. **C.** -3. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{1+2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{2}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = 1$$

Câu 13. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng số tam giác có đỉnh được tạo thành từ các điểm trên là ?

- A.** A_{10}^7 . **B.** A_{10}^3 . **C.** C_{10}^3 . **D.** 10^3 .

Lời giải

Số tam giác được tạo thành là C_{10}^3 .

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), là

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $V = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Công thức tính diện tích hình phẳng là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	-
y			3		3	

The diagram illustrates the relationship between the sign chart and the function $y(x)$. Arrows indicate that the function has a local maximum at $x = -2$ with $y = 3$ and a local minimum at $x = 2$ with $y = -1$. The function approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(-2; 0); (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2); (0; 2)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2); (0; 2)$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			4		-2		$+\infty$

Số nghiệm phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

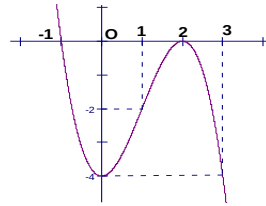
- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$.

Theo BBT ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 17. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 + 3x - 4$. C. $y = x^3 - 3x - 4$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là dạng đồ thị hàm bậc ba với hệ số a âm (loại B, C)
Hai điểm cực trị của hàm số là 0 và 2 (loại A)

Vậy chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 5$. D. $x = 0$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt tiểu tại điểm $x = 0$ và đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 19. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $e^{2x} < e^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$ B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = R$

Ta có: $e^{2x} < e^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 6)$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $2 + C$. B. $x^2 + x + C$. C. $\frac{x^3}{3} + x + C$. D. $\frac{2}{3}x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' < 0 \forall x \in (-\infty; 1)$.

Vì $y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2}$ nên để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì

$$\begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq -1.$$

$$\Rightarrow m = -2; m = -1$$

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD . Góc giữa (IE, JF) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} IJ \parallel EF \parallel AB \\ JE \parallel IF \parallel CD \end{cases}$

(tính chất đường trung bình trong tam giác)

Từ đó suy ra tứ giác $IJEF$ là hình bình hành.

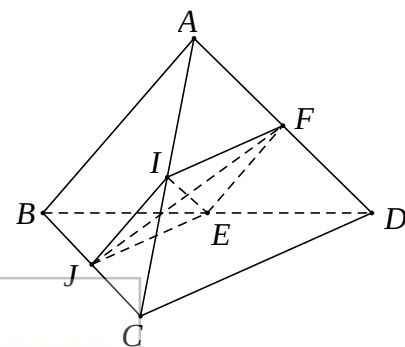
Mặt

khác:

$$AB = CD \Rightarrow IJ = \frac{1}{2}AB = JE = \frac{1}{2}CD \Rightarrow IJEF$$

là hình thoi $\Rightarrow IE \perp JF$ (tính chất hai đường chéo của hình thoi)

$$\Rightarrow (IE, JF) = 90^\circ.$$



Câu 23. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$

có hai điểm cực trị là $A(0; 2)$ và $B(2; -14)$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = -5$. B. $f(1) = 0$. C. $f(1) = -7$. D. $f(1) = -6$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực trị là

$$A \text{ và } B \text{ thì } \begin{cases} f(0) = 2 \\ f'(0) = 0 \\ f(2) = -14 \text{ hay} \\ f'(2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 2 \\ 16a + 4b + c = -14 \\ 32a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 8x^2 + 2.$$

Từ đó ta có $f(1) = -5$.

Câu 24. Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 7 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{35}{22}$. C. $\frac{9}{44}$. D. $\frac{1}{22}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ 11 quả cầu nên ta có: $n_{\Omega} = C_{12}^3 = 220$

Gọi biến cố A: “Chọn được ba quả cầu cùng màu”.

$$\Rightarrow n_A = C_7^3 + C_5^3 = 45. \Rightarrow P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{45}{220} = \frac{9}{44}.$$

Câu 25. Biết $\int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $P = a + 4b$.

A. $P = -3$.

B. $P = 0$.

C. $P = 3$.

D. $P = 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $I = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{1+x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$.

Khi đó $I = -\frac{1}{x} \ln(1+x) \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x(1+x)} dx = -\frac{1}{2} \ln 3 + \ln 2 + \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1+x} \right) dx$.

$$= -\frac{1}{2} \ln 3 + \ln 2 + (\ln x - \ln(1+x)) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 3 + \ln 2 + \ln 2 - \ln 3 + \ln 2 = 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3.$$

Suy ra $a = 3; b = -\frac{3}{2}$. Vậy, $P = a + 4b = -3$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp

tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$

A. $y = x + 2$.

B. $y = -x - 2$.

C. $y = -x$.

D. $y = -x + 2; y = -x - 2$.

Lời giải

TXĐ: $x = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$ nên

$$\frac{-1}{(x-1)^2} = -1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0; y = -2 \Rightarrow y = -x - 2 \\ x = 2; y = 0 \Rightarrow y = -x + 2(l) \end{cases}$$

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và CD .

A. $3a$.

B. $\sqrt{2}a$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và CD là đoạn vuông góc chung $BC = a\sqrt{3}$

Câu 28. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + C_n^3 = 84$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong

khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 1120.

B. $70x$.

C. $1120x$.

D. 70.

Lời giải

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}^*$; $n \geq 3$.

Theo đề bài ta có: $C_n^2 + C_n^3 = 84 \Rightarrow n = 8$ (Nhập VT vào MT, calc vào ta được $n = 8$)

Ta có khai triển: $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k x^{3(8-k)} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^k x^{24-5k}$.

Để có hệ số chứa x^4 thì: $24 - 5k = 4 \Leftrightarrow k = 4$

Hệ số chứa x^4 là: $C_8^4 \cdot 2^4 = 1120$.

Câu 29. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,25%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền lãi gần nhất với số nào dưới đây, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 1.590.406 đồng. B. 1.509.406 đồng. C. 101.590.406 đồng. D. 101.509.406 đồng.

Lời giải

Ta có: $T = P(1+r)^n = 100(1+0,25\%)^6 \approx 101,509406$ triệu.

Lãi: $101.509.406 - 100.000.000 = 1.509.406$ đồng

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua B và vuông góc với AB có phương trình là

- A. $x+3y+z-5=0$. B. $3x-y-z+6=0$. C. $x+3y+z-6=0$. D. $3x-y-z-5=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với AB nên nhận vecto AB làm vecto pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với AB là:

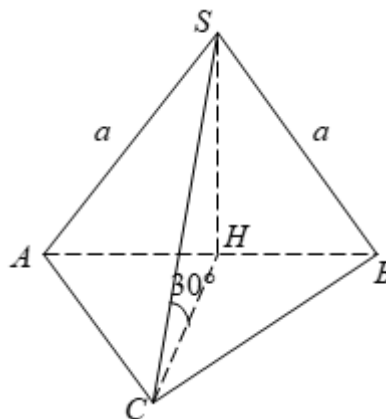
$$3(x-2) - (y-1) - (z-0) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z - 5 = 0$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a , tam giác ABC cân tại C . Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB . Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, HC) = \widehat{SCH} = 30^\circ.$$

$$\Delta SAB \text{ đều cạnh } a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Xét } \Delta SCH \text{ vuông tại } H, CH = \frac{SH}{\tan \widehat{SCH}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\tan 30^\circ} = \frac{3a}{2}.$$

$$\Delta ABC \text{ cân tại } C, \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 2S_{\Delta ACH} = 2 \cdot \frac{1}{2} AH \cdot CH = \frac{a}{2} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^2}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}}{8} a^3.$$

Câu 32. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 - 4x - 10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 9)$ là.

A. 1 ..

B. 49.

C. 0.

D. 4.

Hướng dẫn giải

☑ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

☑ Đạo hàm: $y' = x^2 - mx - 4$.

☑ Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = m^2 + 16 > 0.$$

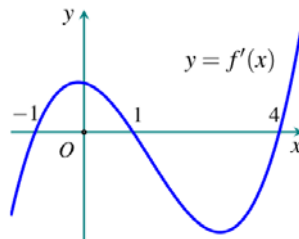
☑ Theo định lý Vi - et ta có $x_1 x_2 = -4 \Rightarrow x_2 = \frac{-4}{x_1}$.

☑ Theo đề

$$S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 9) = (x_1^2 - 1)\left(\frac{16}{x_1^2} - 9\right) = 25 - \left(9x_1^2 + \frac{16}{x_1^2}\right) \leq 25 - 2\sqrt{9x_1^2 \cdot \frac{16}{x_1^2}} = 1.$$

☑ Vậy giá trị lớn nhất của S bằng 1.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-\infty; -2); (1; 3)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-2; 1); (3; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến

$$y' = -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0. \text{ Nhìn đồ thị}$$

$$\Leftrightarrow 2-x < -1 \text{ hoặc } 1 < 2-x < 4 \Leftrightarrow x > 3 \text{ hoặc } -2 < x < 1$$

Câu 34. Tích giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. 0.

C. 1.

D. 9.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\begin{aligned}\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow \log_3 x \cdot \log_{3^2} x \cdot \log_{3^3} x \cdot \log_{3^4} x &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} (\log_3 x)^4 &= \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 &= 16 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3^2 = 9 \text{ (tm)} \\ x_2 = 3^{-2} = \frac{1}{9} \text{ (tm)} \end{cases} \\ \Rightarrow x_1 \cdot x_2 &= 9 \cdot \frac{1}{9} = 1.\end{aligned}$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng Δ có phương trình

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

B. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ .

Nên $H(1+2t; -1+t; -t) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1; -2+t; -t)$.

Và $\vec{a} = (2; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ .

Dó đó: $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2 + t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Khi đó: $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = (1; -4; -2)$ là véc tơ chỉ phương của d .

Vậy $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là.

A. $x+2y+5z-30=0$. **B.** $x+y+z-8=0$.

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Hướng dẫn giải

Cách 1:

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Do $M \in (ABC)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{5}{c} = 1$ (1).

Ta có $\overrightarrow{AM} = (1-a; 2; 5), \overrightarrow{BC} = (0; -b; c), \overrightarrow{BM} = (1; 2-b; 5), \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + 5c = 0 \\ -a + 5c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5c}{2} \\ a = 5c \end{cases} \quad (2).$

Thế (2) vào (1) ta được $\frac{1}{5c} + \frac{4}{5c} + \frac{5}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 6 \Rightarrow a = 30; b = 15.$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{30} + \frac{y}{15} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0.$

Cách 2:

Ta có chứng minh được $OM \perp (ABC).$

(ABC) đi qua M nhận $\overrightarrow{OM}$ làm VTPT.

$(ABC): 1(x-1) + 2(y-2) + 5(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 5z - 30 = 0.$

Câu 37. Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thành 2 phần. Tỷ số diện tích của chúng thuộc khoảng nào?

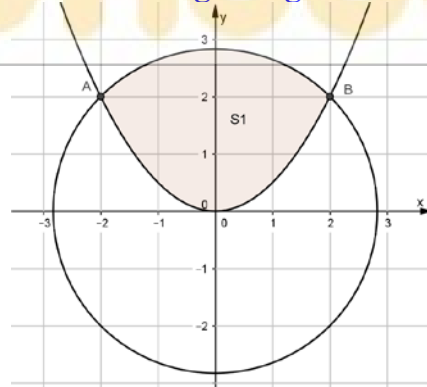
A. $(0, 5; 0, 6).$

B. $(0, 7; 0, 8).$

C. $(0, 4; 0, 5).$

D. $(0, 6; 0, 7).$

Hướng dẫn giải



Phương trình đường tròn có tâm O , bán kính $2\sqrt{2}$ là $x^2 + y^2 = 8.$

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường tròn:

$$x^2 + \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 = 8 \Leftrightarrow x^4 + 4x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Diện tích phần giới hạn bởi phần lõm parabol và nửa trên đường tròn là.

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx \approx 7,616518641.$$

Diện tích hình tròn là $8\pi.$

Vậy tỷ số diện tích cần tìm là $\frac{S_1}{8\pi - S_1} \approx 0,43..$

Câu 38. Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao có độ dài bằng nhau. Hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy (các cạnh AD, BC không phải là đường sinh của hình trụ). Tính độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ biết rằng cạnh hình vuông có độ dài bằng $a.$

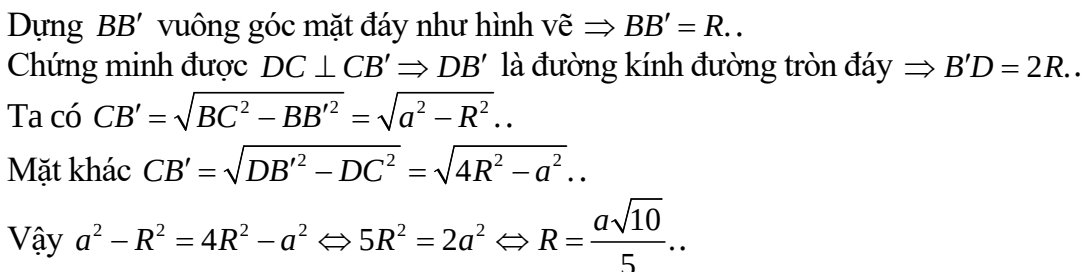
A. $a.$

B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}.$

C. $a\sqrt{5}.$

D. $a\sqrt{2}.$

Hướng dẫn giải.



Chúng minh được $DC \perp CB' \Rightarrow DB'$ là đường kính đường tròn đáy $\Rightarrow B'D = 2R.$

Ta có $CB' = \sqrt{BC^2 - BB'^2} = \sqrt{a^2 - R^2}..$

Mặt khác $CB' = \sqrt{DB'^2 - DC^2} = \sqrt{4R^2 - a^2}..$

$$\text{Vậy } a^2 - R^2 = 4R^2 - a^2 \Leftrightarrow 5R^2 = 2a^2 \Leftrightarrow R = \frac{a\sqrt{10}}{5}..$$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

$$t = \sin x + \cos x; t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]; \sin x \cdot \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}; pt \frac{t^2 - 1}{2} - t + m = 0$$

$$f(t) = -\frac{t^2}{2} + t; \quad f'(t) = 0 \Rightarrow t = 1 \quad \text{Vậy } m \in \{-1; 0; 1\}.$$

$$\text{set } f(t) \text{ trên } [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \Rightarrow -\frac{1}{2} - \sqrt{2} \leq m \leq 1$$

A. 8. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 9.

Đặt $t = 2^x$ vì $x \in (-1; 2)$ nên $t \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$.

Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2t + 2 = m$ (*).

Xét $f(t) = t^2 - 2t + 2$ trên $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ có $f'(t) = 2t - 2$, cho $f'(t) = 0 \Rightarrow t = 1$.

Lập BBT, suy ra $1 \leq m < 10 \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(2)$ bằng

A. $2 + \ln 15$. **B.** $4 + \ln 15$. **C.** $3 + \ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = 2 \int \frac{1}{2x-1} dx = \frac{2}{2} \ln|2x-1| + C = \ln|2x-1| + C$

$$f(0)=C=1 \Leftrightarrow f(x)=\ln|2x-1|+1; f(1)=C=2 \Leftrightarrow f(x)=\ln|2x-1|+2$$

$$\Rightarrow f(-2) = \ln 5 + 1; f(2) = \ln 3 + 2 \Rightarrow f(-2) + f(2) = \ln 3 + \ln 5 + 3 = \ln 15 + 3$$

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=|z-i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$. Khi đó $|z-1|=|z-i| \Leftrightarrow |a-1+bi|=|a+(b-1)i|$.

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow a-b=0.$$

Khi đó $w = 2z + 2 - i = 2(a+ai) + 2 - i = (2a+2) + i(a-1)$.

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{(2a+2)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{8a^2 + 4a + 5} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy mô đun nhỏ nhất của số phức w là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại

B , $BA = 3a$; $BC = 4a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 6a$; $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC) ..

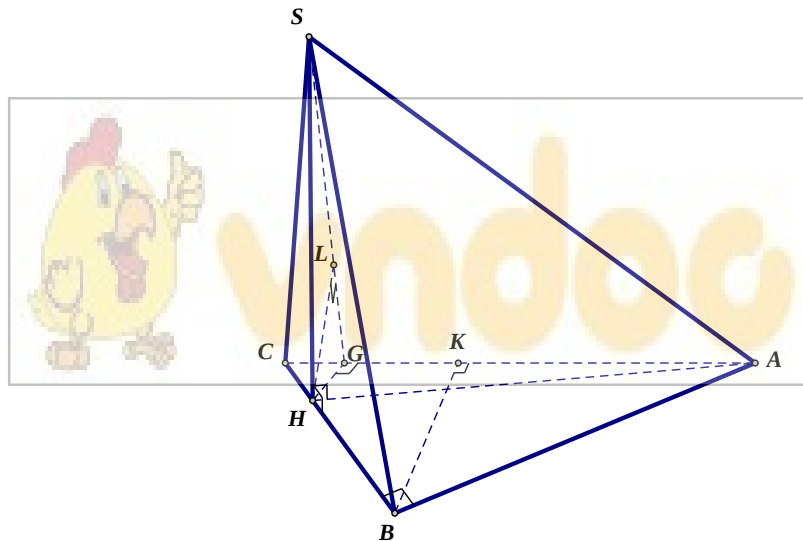
A. $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$.

B. $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$.

C. $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$.

D. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$.

Hướng dẫn giải



Gọi H là hình chiếu của S lên BC . Gọi $K; G$ lần lượt là hình chiếu của $B; H$ lên CA .

Gọi L là hình chiếu của H lên SG . Lúc đó $SH \perp (ABC)$.

$$\frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BC}{HC} \Rightarrow d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} HL.$$

$$\text{Xét } \triangle SHG \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } HL = \frac{SH \cdot HG}{SG} = \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ vuông tại } B, \text{ ta có: } BK = \frac{BC \cdot BA}{\sqrt{BC^2 + BA^2}} = \frac{4a \cdot 3a}{\sqrt{16a^2 + 9a^2}} = \frac{12a}{5}.$$

Xét $\triangle SHB$ vuông tại H , ta có.

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{SB} \Rightarrow BH = 6a \cdot \frac{1}{2} = 3a \text{ và } \sin 60^\circ = \frac{SH}{SB} \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2} 6a = 3\sqrt{3}a.$$

$$\text{Khi đó } CH = BC - BH = a; \frac{HG}{BK} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow HG = \frac{12a}{5} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{3}{5}a.$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = \frac{BC}{HC} \cdot \frac{SH \cdot HG}{\sqrt{SH^2 + HG^2}} = \frac{4a}{a} \cdot \frac{3\sqrt{3}a \cdot \frac{3a}{5}}{\sqrt{27a^2 + \frac{9}{25}a^2}} = \frac{6\sqrt{57}}{19}a.$$

Câu 44. Một đĩa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh 1cm lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là 18cm thì chiều cao của khối hộp là:

A. 7.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 cạnh khối hộp là a, b, c . Ta có: $abc = 42$, $b + c = 9$, a, b, c là các số nguyên dương.

Ta có: $9 = b + c \geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow bc \leq \frac{81}{4}$. Vì bc là số nguyên dương nên $bc \leq 20$.

Ta có: bc là ước của 42, $b + c = 9 \Rightarrow b, c$ có 1 số lẻ, 1 số chẵn $\Rightarrow bc$ chẵn.

$\Rightarrow bc = 6$ hay $bc = 14$.

Nếu $bc = 6$ thì b, c là nghiệm của phương trình $X^2 - 9X + 6 = 0$ (loại vì nghiệm không nguyên) $\Rightarrow bc = 14 \Rightarrow a = 3$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3; -4; 0)$.

B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$.

C. $M(0; 0; 5)$.

D. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

$$\text{Gọi } M \text{ là điểm thỏa mãn } \overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x_I = 2(2 - x_I) \\ 2 - y_I = 2(-1 - y_I) \\ 1 - z_I = 2(3 - z_I) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 3 \\ y_I = -4 \\ z_I = 5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -4; 5)$$

Khi đó $MA^2 - 2MB^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = -MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}) + IA^2 - 2IB^2$
 $= -MI^2 + IA^2 - 2IB^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (Oxy)
 Suy ra $M(3; -4; 0)$.

Câu 46. Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$.

Tìm $P = 16a + 8b$ biết $|z + 1 + i| + |z - 1 + 4i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. -36.

B. $\sqrt{58}$.

C. 58.

D. 40.

Lời giải

$$|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2a - 4b$$

$$M = |z + 1 + i| + |z - 1 + 4i|$$

$$= \sqrt{(a+1)^2 + (b+1)^2} + \sqrt{(a-1)^2 + (b+4)^2}$$

áp dụng BĐT cosy ta có

$$M^2 \leq 2[(a+1)^2 + (b+1)^2 + (a-1)^2 + (b+4)^2]$$

$$M^2 \leq 2[2(a^2 + b^2) + 10b + 19]$$

$$M^2 \leq 2[2(2a - 4b) + 10b + 19]$$

$$\frac{M^2}{2} \leq 4a + 2b + 19$$

$$\frac{M^2}{2} \leq 4(a-1) + 2(b+2) + 19$$

$$\text{Mà } 4(a-1) + 2(b+2) + 19 \leq \sqrt{(4^2 + 2^2)} \sqrt{(a-1)^2 + (b+2)^2} + 19$$

$$\Rightarrow \frac{M^2}{2} \leq 29 \Leftrightarrow M^2 \leq 58. \text{ Do đó } M \text{ đạt GTLN bằng } \sqrt{58}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 10 \\ \sqrt{58} = \sqrt{4a - 2b + 2} + \sqrt{4b + 17} \end{cases} \Rightarrow b = -\frac{5}{8} \Rightarrow a = \frac{45}{16}$$

$$\Rightarrow P = 16a + 8b = 40$$

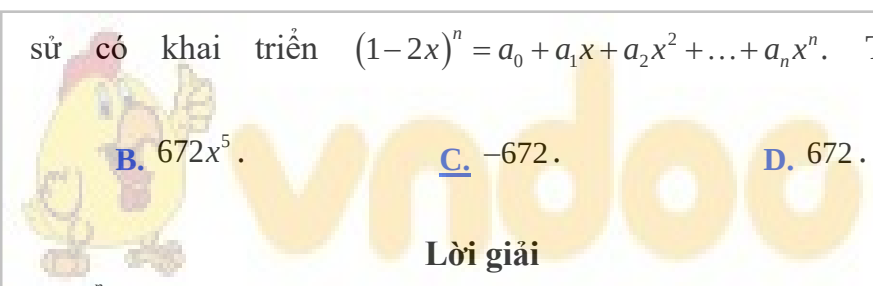
Câu 47. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

A. $-672x^5$.

B. $672x^5$.

C. -672 .

D. 672 .



Lời giải

$$\text{Có } (1-2x)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i (-2)^i x^i.$$

$$\text{Có } a_0 + a_1 + a_2 = C_n^0 (-2)^0 + C_n^1 (-2)^1 + C_n^2 (-2)^2 = 71$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2 \cdot \frac{n!}{1!(n-1)!} + 4 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} = 71 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 71$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -5 \end{cases}$$

Vậy $n = 7$.

$$\text{Khi đó } a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672.$$

Câu 48. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m + t \end{cases}$. Tìm m để

d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B vuông góc với nhau.

A. $m = 0$ hoặc $m = -4$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -4$.

C. $m = 0$ hoặc $m = 4$.

D. $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Tâm $I(1; 0; -2)$.

Đề (d) cắt (S) tại 2 điểm A, B thì phương trình:

$$(t-2)^2 + t^2 + (m+t)^2 - 2(t-2) + 4(m+t) + 1 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 2t(m+1) + m^2 + 4m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta' = -2m^2 - 10m - 2 > 0 \quad (*)$$

Ta có: $\vec{IA}$ là vtpt của mặt phẳng tiếp diện tại A.

$\vec{IB}$ là vtpt của mặt phẳng tiếp diện tại B.

Mà 2 mặt phẳng vuông góc với nhau.

$$\Rightarrow \vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_A - 1)(x_B - 1) + y_A y_B + (z_A + 2)(z_B + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-a)(1-b) + ab + (m+a+2)(m+b+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(a+b) + 3ab + m^2 + 4m + 5 = 0 \quad (1)$$

Theo định lý Viet có:
$$\begin{cases} a+b = -\frac{2}{3}(m+1) \\ ab = \frac{m^2 + 4m + 1}{3} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{4}{3}m^2 + \frac{20m}{3} + \frac{16}{3} = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 & (n) \\ m = -4 & (n) \end{cases} \text{ (vì thỏa điều kiện (*)).}$$

Câu 49.

Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Xét
$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx; \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$\Rightarrow I_1 + I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = \frac{\pi}{4};$$

$$I_1 - I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = \ln(\sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \ln 2.$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \ln 2 \Rightarrow a = \frac{1}{8}; b = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}.$$

Cách giải khác: Đặt $x = \frac{\pi}{4} - t$.

Câu 50. Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P = 0,452$

B. $P = 0,435$

C. $P = 0,4525$

D. $P = 0,4245$

Hướng dẫn giải

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

Ta có: $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra:

$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336$ hay là $xy = \frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x > y$ ta tìm được

$x = 0,8$ và $y = 0,7$.

Ta có: $C = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3$

Nên $P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452$.