



- Câu 1.** Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$. Giá trị của biểu thức $(M + 2N)$ là
- A. $2\sqrt{2} + 2$. B. $4 - 2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2} - 4$. D. $2\sqrt{2} - 2$.
- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Tính bán kính của mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d
- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $10\sqrt{2}$.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tọa độ giao điểm C của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là
- A. $C(2; 0; -1)$. B. $C(1; 1; -1)$. C. $C(0; 2; -1)$. D. $C(2; -1; 0)$
- Câu 4.** Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- Câu 5.** Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 4\text{cm}$, $SA = 5\text{cm}$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:
- A. $16\pi(\text{cm}^3)$. B. $15\pi(\text{cm}^3)$. C. $\frac{80\pi}{3}(\text{cm}^3)$. D. $36\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; 4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng
- A. $\sqrt{34}$. B. 10. C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. D. $10 + 3\sqrt{2}$.
- Câu 7.** Cho số phức z thỏa mãn $(3+i).z - i.\bar{z} = 7 - 6i$. Môđun của số phức z bằng:
- A. 25. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{5}$. D. 5.
- Câu 8.** Tìm nguyên hàm của các hàm số $f(x) = x^3 - 2x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 3$.
- A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}$. B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - 3$.
C. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{5}{4}$. D. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x + 3$.
- Câu 9.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$
- A. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$. B. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.
C. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$. D. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.
- Câu 10.** Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b ta được
- A. $\frac{ab+1}{a+b}$. B. $\frac{2a+2b+ab}{a+b}$. C. $\frac{3a+3b+ab}{a+b}$. D. $\frac{2a-2b+ab}{a+b}$.
- Câu 11.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 12. Cho biết $\int_1^5 f(x)dx = 6, \int_1^5 g(x)dx = 8$. Tính $K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)]dx$.

A. $K = 16$.

B. $K = 61$.

C. $K = 5$.

D. $K = 6$.

Câu 13. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - (6 + 8i)| = 2$ và $z\bar{z} = 64$?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 14. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

A. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^3} + C$.

B. $F(x) = \frac{-1}{8(2x+1)^4} + C$.

C. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C$.

D. $F(x) = \frac{-1}{6(2x+1)^2} + C$.

Câu 15. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ đồng biến trên khoảng $(-2020; 0)$ là

A. $m \geq \frac{13}{2}$.

B. $m \leq -2\sqrt{3}$.

C. $m \geq -2\sqrt{3}$.

D. $m \geq -\frac{13}{2}$.

Câu 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - x, y = 3x$.

A. $S = \frac{5}{3}$.

B. $S = \frac{16}{3}$.

C. $S = 9$.

D. $S = \frac{32}{3}$.

Câu 17. Cho a, b là các số dương. Tìm x biết $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$

A. $x = a^4b^7$.

B. $x = a^7b^4$.

C. $x = a^{\frac{1}{4}}b^7$.

D. $x = a^4b^{\frac{1}{7}}$.

Câu 18. Biết rằng phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. -2.

Câu 19. Cho cấp số cộng có $u_2 = 4$ và $u_4 = 10$. Khi đó $u_{10} =$

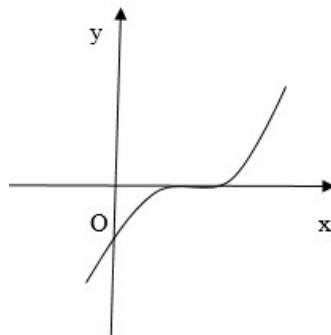
A. 25.

B. 28.

C. 30.

D. 31.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 \cdot (x-1)^3 \cdot (x-2)^4 \cdot (x-3)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 22. Cho hình lăng trụ tứ giác đều có các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ đều là

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. a^3 .

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$			1		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(1-2x)+1=0$

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm. Một mặt phẳng qua trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $8\pi \text{ cm}^3$. B. $2\pi \text{ cm}^3$. C. $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. 16 cm^3 .

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; 2]$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 26. Biết $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức. Khi đó điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = -\bar{z}$?

- A. $N(-4; -3)$. B. $R(-3; -4)$. C. $Q(4; -3)$. D. $P(-4; 3)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$, tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và điểm

$A(-1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A vuông góc với đường thẳng d là

- A. $3x - 4y + 7z + 10 = 0$. B. $3x - 4y + 7z + 16 = 0$.
C. $3x - 4y + 7z - 16 = 0$. D. $3x - 4y + 7z - 10 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$-\infty$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1. B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

Câu 30. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng a .

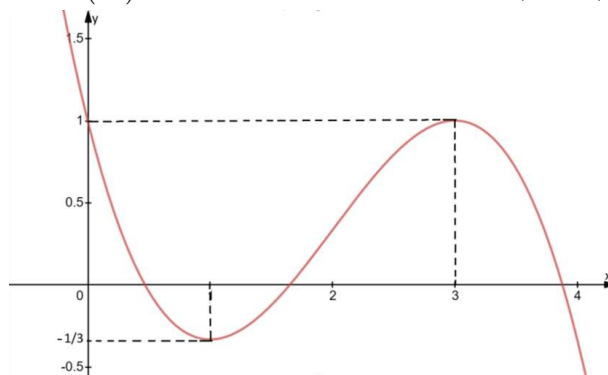
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $2\sqrt{3}a$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $d: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = -6 + 5t \\ z = -5 + t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = -6 - 5t \\ z = -5 + t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = -1 + 7t \\ y = 5t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(e^x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 3)$:



A. $(1; 3)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$. C. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]$. D. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $M(3; -1; 2)$. B. $H(11; -17; 18)$. C. $N(1; 3; -2)$. D. $K(2; 1; 0)$.

Câu 34. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x - 2)^8$

A. $1944C_8^3$. B. $-1944C_8^3$. C. $-864C_8^3$. D. $864C_8^3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính sin của góc tạo bởi đường thẳng MD và mặt phẳng (SBC) , với M là trung điểm của BC .

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{13}}{5}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	3	18	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	0	$+\infty$	

Bất phương trình $e^{\sqrt{x}} \geq m - f(x)$ có nghiệm $x \in [4; 16]$ khi và chỉ khi

A. $m \leq f(4) + e^2$. B. $m < f(4) + e^2$. C. $m \leq f(16) + e^4$. D. $m < f(16) + e^4$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 3i| + |\bar{z} + 5 + i| = 2\sqrt{65}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$ đạt được khi $z = a + bi$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $2a^2 + b^2$ bằng

A. 17. B. 33. C. 24. D. 36.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 16$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α)

cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $(4; -3; 3)$. B. $(4; -3; -3)$. C. $(4; 3; 3)$. D. $(-4; -3; -3)$.

Câu 39. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1}$ là số thực. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{z}{2}$

là parabol có đỉnh

- A. $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-5z+4=0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) có phương trình là :

- A. $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = -2+2t \\ z = -t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2-t \\ y = 2+2t \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2t \\ z = 1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 2 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+	0	-	0	+

Gọi $g(x) = 2f(1-x) + \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 42. Trong các cặp số thực $(a; b)$ để bất phương trình: $(x-1)(x-a)(x^2+x+b) \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$, tích ab nhỏ nhất bằng

- A. 1. B. -2. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3), B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x+by+cz+d=0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b+c+d$.

- A. $S = 18$. B. $S = -18$. C. $S = -12$. D. $S = 24$.

Câu 44. Anh Việt vay tiền ngân hàng 500 triệu đồng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng và chịu lãi suất là 0,9%/tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh Việt sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

- A. 65 tháng. B. 67 tháng. C. 66 tháng. D. 68 tháng.

Câu 45. Biết $I = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 3e^{-x} + 4} dx = \frac{1}{c}(\ln a - \ln b + \ln c)$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = 2a - b + c$.

- A. -1. B. -3. C. 4. D. 3.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2 (x-1)^2 f(x) dx = -\frac{1}{3}$, $f(2) = 0$ và $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = 7$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{7}{5}$. B. $I = -\frac{7}{5}$. C. $I = -\frac{7}{20}$. D. $I = \frac{7}{20}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến mặt phẳng (SAC) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến mặt phẳng (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{48}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{24}$.

Câu 48. Trong chương trình giao lưu gồm có 15 người ngồi vào 15 ghế theo một hàng ngang. Giả sử người dẫn chương trình chọn ngẫu nhiên 3 người trong 15 người để giao lưu với khán giả. Xác suất để trong 3 người được chọn đó không có 2 người ngồi kề nhau

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{13}{35}$. C. $\frac{22}{35}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

- A. $\sqrt{15}$. B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = (x-1)^2 (mx^2 + 4mx - m + n - 2)$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết trên khoảng $\left(-\frac{7}{6}; 0\right)$ hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. Trên đoạn $\left[-\frac{7}{2}; -\frac{5}{4}\right]$ hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -\frac{7}{2}$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. $x = -\frac{5}{2}$. D. $x = -\frac{5}{4}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	A	D	A	D	C	A	C	C	D	A	D	C	C	D	A	C	B	D	C	B	D	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	A	A	A	D	A	B	A	C	B	A	A	C	C	D	B	B	D	B	B	C	B	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$. Giá trị của biểu thức $(M + 2N)$ là

- A. $2\sqrt{2} + 2$. B. $4 - 2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2} - 4$. D. $2\sqrt{2} - 2$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$ là $D = [-2; 2]$.

Cách 1: Bấm máy tính. Với máy 580vn chọn start:-2, end: 2, step: 2/9 có:

$M \approx 2,824, N = -2 \Rightarrow M + 2N \approx -1,176$ thử thấy phương án C gần nhất với kết quả này nên ta chọn C.

Cách 2: Giải tự luận.

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

Trên tập xác định $D = [-2; 2]$ của hàm số ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \in [-2; 2].$$

$$y(-2) = -2, y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}, y(2) = 2 \text{ suy ra } \begin{cases} M = 2\sqrt{2} \\ N = -2 \end{cases} \Rightarrow M + 2N = 2\sqrt{2} - 4.$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}. \text{ Tính bán kính của mặt cầu } (S) \text{ có tâm } A \text{ và tiếp xúc với đường thẳng } d$$

- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $10\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d là $R = d(A, (d))$.

$$(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Gọi $H(-1 + 2t; 2 + t; -3 - t) \in (d)$ là hình chiếu vuông góc của A lên (d) suy ra $\overline{AH} \perp \vec{u}_d$.

$$\text{Có } \begin{cases} \overline{AH} = (-2 + 2t; 4 + t; -6 - t) \\ \vec{u}_d = (2; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow 2(-2 + 2t) + 1(4 + t) + (-1)(-6 - t) = 0 \Rightarrow t = -1$$

$$\text{Vậy } \overline{AH} = (-4; 3; -5) \Rightarrow R = d(A, (d)) = AH = 5\sqrt{2}.$$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tọa độ giao điểm C của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- A. $C(2; 0; -1)$. B. $C(1; 1; -1)$. C. $C(0; 2; -1)$. D. $C(2; -1; 0)$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} = (1; -2; -4).$$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -4)$ nên AB có

$$\text{phương trình là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Gọi } C = AB \cap (P) \Rightarrow C(1+t; 2-2t; 3-4t).$$

$$C \in (P) \Rightarrow 1+t+2-2t+3-4t-1=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow C(2; 0; -1).$$

Câu 4. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

$[x = -2$



x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 5. Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 4cm$, $SA = 5cm$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:

A. $16\pi (cm^3)$.

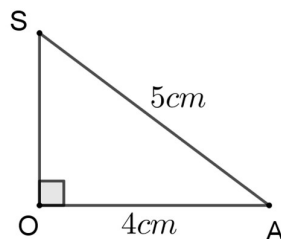
B. $15\pi (cm^3)$.

C. $\frac{80\pi}{3} (cm^3)$.

D. $36\pi (cm^3)$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón có đường sinh $l = SA = 5cm$ và bán kính đường tròn đáy $R = OA = 4cm$.

Khi đó đường cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = 3cm$.

$$\text{Thể tích của khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi h R^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 16 = 16\pi (cm^3).$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; 4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\sqrt{34}$.

B. 10.

C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

D. $10 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi B, C, D lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz .

Suy ra: $B(3; 0; 0)$, $C(0; 4; 0)$, $D(0; 0; 3)$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (0; -4; -3) \Rightarrow AB = 5.$$

$$\overrightarrow{AC} = (-3; 0; -3) \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}.$$

$$\overrightarrow{AD} = (-3; -4; 0) \Rightarrow AD = 5.$$

Khi đó tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng: $T = AB + AC + AD = 10 + 3\sqrt{2}$.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $(3+i).z - i.\bar{z} = 7 - 6i$. Môđun của số phức z bằng:

A. 25.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$, $(x; y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Khi đó $(3+i).z - i.\bar{z} = 7 - 6i \Leftrightarrow (3+i)(x+yi) - i(x-yi) = 7 - 6i \Leftrightarrow (3x-2y) + 3yi = 7 - 6i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=7 \\ 3y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 - 2i.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 8. Tìm nguyên hàm của các hàm số $f(x) = x^3 - 2x + 5$ thỏa mãn $F(1) = 3$.

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}$.

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - 3$.

C. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x - \frac{5}{4}$.

D. $F(x) = 4x^4 - x^2 + \frac{1}{5}x + 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = F(x) + C \Rightarrow \int (x^3 - 2x + 5)dx = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x + C \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x + C$.

$$\text{Mặt khác } F(1) = 3 \Rightarrow \frac{1}{4} - 1 + 5 + C = 3 \Rightarrow C = -\frac{5}{4}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}.$$

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$

A. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$.

B. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.

C. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.

D. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = \left(\ln \frac{x-1}{x+2} \right)' = \frac{\left(\frac{x-1}{x+2} \right)'}{\frac{x-1}{x+2}} = \frac{3}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{x-1} = \frac{3}{(x-1)(x+2)}.$$

Câu 10. Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b ta được

A. $\frac{ab+1}{a+b}$.

B. $\frac{2a+2b+ab}{a+b}$.

C. $\frac{3a+3b+ab}{a+b}$.

D. $\frac{2a-2b+ab}{a+b}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\log_6 1080 = \frac{\log_3 1080}{\log_3 6} = \frac{\log_3 (8 \cdot 5 \cdot 27)}{\log_3 (3 \cdot 2)} = \frac{3 \log_3 2 + \log_3 5 + 3}{1 + \log_3 2} = \frac{3 \log_3 5 \cdot \log_5 2 + \log_3 5 + 3}{1 + \log_3 5 \cdot \log_5 2}$$

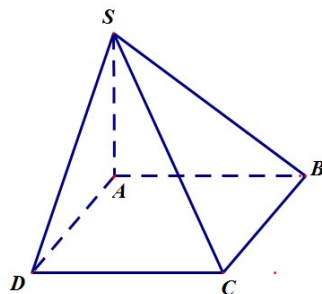
$$= \frac{3 \log_3 5 \cdot \frac{1}{\log_2 5} + \log_3 5 + 3}{1 + \log_3 5 \cdot \frac{1}{\log_2 5}} = \frac{3b \cdot \frac{1}{a} + b + 3}{1 + b \cdot \frac{1}{a}} = \frac{3b + ab + 3a}{a + b}.$$

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.**

Lời giải

Chọn D



Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3} = a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 12. Cho biết $\int_1^5 f(x)dx = 6$, $\int_1^5 g(x)dx = 8$. Tính $K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)]dx$.

A. $K = 16$. B. $K = 61$. C. $K = 5$. D. $K = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)]dx = 4 \int_1^5 f(x)dx - \int_1^5 g(x)dx = 4 \cdot 6 - 8 = 16$.

Câu 13. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - (6 + 8i)| = 2$ và $z \cdot \bar{z} = 64$?

- A. 3. B. 4. C. 2. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$$\begin{cases} |z - (6 + 8i)| = 2 \\ z \cdot \bar{z} = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 6)^2 + (y - 8)^2 = 4 & (C_1) \\ x^2 + y^2 = 64 & (C_2) \end{cases} \quad (1)$$

Đường tròn (C_1) có tâm $I(6; 8)$, bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn (C_2) có tâm $O(0; 0)$, bán kính $R_2 = 8$.

Do $IO = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 = R_1 + R_2$ nên (C_1) tiếp xúc với (C_2) cho nên hệ (1) có 1 nghiệm.

Vậy có 1 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14. Tìm họ nguyên hàm $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

- A. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^3} + C$. B. $F(x) = \frac{-1}{8(2x+1)^4} + C$.

C. $F(x) = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C.$

D. $F(x) = \frac{-1}{6(2x+1)^2} + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = \int \frac{1}{(2x+1)^3} dx = \frac{1}{2} \int (2x+1)^{-3} d(2x+1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{-2}}{-2} + C = \frac{-1}{4(2x+1)^2} + C.$

Câu 15. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ đồng biến trên khoảng $(-2020; 0)$ là

A. $m \geq \frac{13}{2}.$

B. $m \leq -2\sqrt{3}.$

C. $m \geq -2\sqrt{3}.$

D. $m \geq -\frac{13}{2}.$

Lời giải

Chọn C

* TXĐ: $D = \mathbb{R}$

* Ta có: $y' = 6x^2 - 2mx + 2$, để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2020; 0)$ điều kiện là

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 2mx + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 1}{x} \leq m; \forall x \in (-2020; 0)$$

* Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 + 1}{x} \Rightarrow g'(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$

BBT:

	x	-2020	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
$g'(x)$		+	+	0	-	-
$g(x)$				$-2\sqrt{3}$		
				-6060		$-\infty$

Từ BBT suy ra điều kiện là $m \geq -2\sqrt{3}.$

Câu 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - x$, $y = 3x$.

A. $S = \frac{5}{3}.$

B. $S = \frac{16}{3}.$

C. $S = 9.$

D. $S = \frac{32}{3}.$

Lời giải

Chọn D

* Cận lấy tích phân là nghiệm của phương trình: $x^2 - x = 3x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

* Diện tích hình phẳng là: $S = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx = \left| \int_0^4 (x^2 - 4x) dx \right| = \left| -\frac{32}{3} \right| = \frac{32}{3}.$

Câu 17. Cho a, b là các số dương. Tìm x biết $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$

A. $x = a^4 b^7.$

B. $x = a^7 b^4.$

C. $x = a^4 b^7.$

D. $x = a^4 b^{\frac{1}{7}}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 x = \log_3 a^4 + \log_3 b^7 = \log_3 (a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7.$

Câu 18. Biết rằng phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$

A. $2.$

B. $5.$

C. $4.$

D. $-2.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình $5^{x-1} + 5^{1-x} = 26 \Leftrightarrow 5^{x-1} + \frac{25}{5^{x-1}} = 26 \Leftrightarrow 5^{2(x-1)} - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x-1} = 1 \\ 5^{x-1} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy $x_1 + x_2 = 4$.

Câu 19. Cho cấp số cộng có $u_2 = 4$ và $u_4 = 10$. Khi đó $u_{10} =$

A. 25.

B. 28.

C. 30.

D. 31.

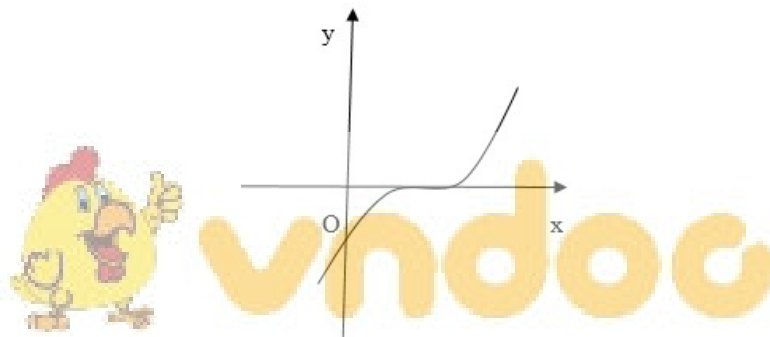
Lời giải

Chọn B

Gọi cấp số cộng có công sai là d và u_1 là số hạng đầu của cấp số

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 4 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow u_{10} = u_1 + 9d = 28$$

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Nếu $c < 0 \Rightarrow f'(x) = 0$ có 2 nghiệm trái dấu, mặt khác $f'(x) = 0$ có nghiệm kép dương nên

$$c > 0 \text{ và } -\frac{2b}{2 \cdot 3a} > 0 \Rightarrow b < 0.$$

(hoặc đồ thị có hoành độ điểm uốn dương nên $f''(x) = 0$ có nghiệm dương

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0)$$

Đồ thị cắt trục Oy tại một điểm nằm dưới $Ox \Rightarrow d < 0$

Vậy $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 \cdot (x-1)^3 \cdot (x-2)^4 \cdot (x-3)^5, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x-1)^3 \cdot (x-2)^4 \cdot (x-3)^5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$x = 1$ là nghiệm bội 3, $x = 3$ là nghiệm bội 5 nên $f'(x)$ vẫn đổi dấu khi qua $x = 1$ và $x = 3$
 $x = 0$ và $x = 2$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu qua $x = 0$ và $x = 2$

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị

Câu 22. Cho hình lăng trụ tứ giác đều có các cạnh đều bằng a . Thể tích khối lăng trụ đều là

- A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Hình lăng trụ tứ giác đều có các cạnh đều bằng a là hình lập phương cạnh a

$$V = a^3$$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		1		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $5f(1-2x)+1=0$

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

$5f(1-2x)+1=0 \Leftrightarrow f(1-2x)=-\frac{1}{5}$. Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số

$y = f(t)$ (với $t = 1-2x, t \in \mathbb{R}$) và đường thẳng $y = -\frac{1}{5}$.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{5}$ cắt nhau tại 2 điểm.

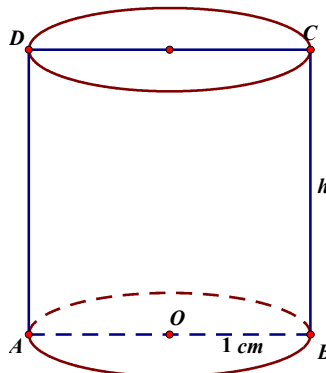
Vậy phương trình $5f(1-2x)+1=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm. Một mặt phẳng qua trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $8\pi \text{ cm}^3$. B. $2\pi \text{ cm}^3$. C. $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$. D. $16\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có bán kính đáy của hình trụ là $r = 1 \text{ cm}$.

Do thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$ nên chiều cao của hình trụ

$$h = BC = 2r = 2 \text{ cm}$$

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là $V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi \text{ cm}$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

A. $[2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; 2]$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > \left(\frac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} < x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+2 < x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq -2 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq -2 \\ x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; +\infty).$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $(2; +\infty)$.

Câu 26. Biết $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức. Khi đó điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = -\bar{z}$?

A. $N(-4; -3)$.

B. $R(-3; -4)$.

C. $Q(4; -3)$.

D. $P(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Vì $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z nên $z = 4 - 3i$. Suy ra $\bar{z} = 4 + 3i \Rightarrow w = -\bar{z} = -4 - 3i$.

Số phức w được biểu diễn bởi điểm $N(-4; -3)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$, tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x} = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{5+x-1}{x(x+4)(\sqrt{5+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{1}{x(\sqrt{5+x}+1)} = -\frac{1}{8} \text{ nên } x = -4 \text{ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và điểm

$A(-1; 2; 3)$. Phương trình mặt phẳng qua A vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x - 4y + 7z + 10 = 0$.

B. $3x - 4y + 7z + 16 = 0$.

C. $3x - 4y + 7z - 16 = 0$.

D. $3x - 4y + 7z - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng qua A vuông góc với đường thẳng d . Khi đó vectơ chỉ phương của d cũng là vectơ pháp tuyến của (P) . Do đó $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (3; -4; 7)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là

$$3(x+1) - 4(y-2) + 7(z-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4y + 7z - 10 = 0.$$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			1		-3	$+\infty$

The graph shows a function $f(x)$ plotted on a coordinate system. The x-axis is marked with $-\infty$, 0 , 2 , and $+\infty$. The y-axis is marked with $-\infty$ and $+\infty$. The function has a local maximum at $(0, 1)$ and a local minimum at $(2, -3)$. The function is increasing on $(-\infty, 0)$ and $(2, +\infty)$, and decreasing on $(0, 2)$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

Câu 30. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

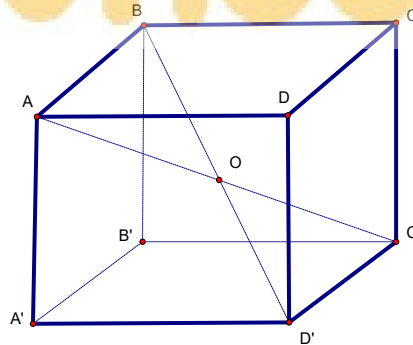
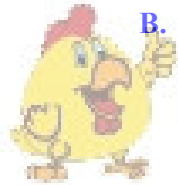
B. a .

C. $2\sqrt{3}a$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = OA = \frac{AC}{2}$.

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AC' = \sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $d: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = -6 + 5t \\ z = -5 + t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = -6 - 5t \\ z = -5 + t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = -1 + 7t \\ y = 5t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

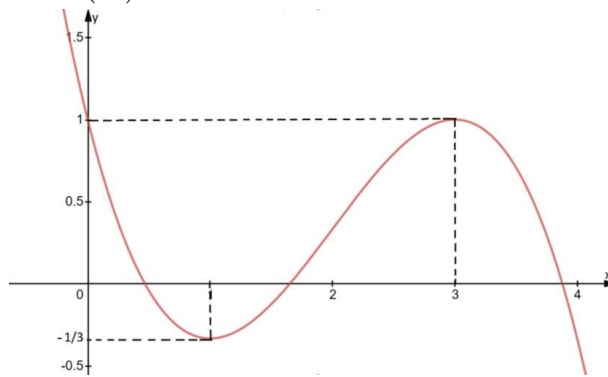
Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A = (1-t; -2+t; 3+2t)$.

Vì $A \in (P)$ nên $1-t-2(-2+t)+3(3+2t)-2=0 \Rightarrow t=-4$. Tọa độ của $A = (5; -6; -5)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_d = (-1; 1; 2) \\ \vec{n}_p = (1; -2; 3) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d; \vec{n}_p] = (7; 5; 1)$.

Đường thẳng d có phương trình là: $d: \begin{cases} x = 5+7t \\ y = -6+5t \\ z = -5+t \end{cases}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(e^x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 3)$:



A. $(1; 3)$.

B. $\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$.

C. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Chọn D

Đặt ẩn phụ: $t = e^x, t > 0$, phương trình $f(e^x) = m$ trở thành: $f(t) = m$ với $t > 0$.

YCBT $\Leftrightarrow f(e^x) = m$ có nghiệm $x \in (0; \ln 3) \Leftrightarrow f(t) = m$ có nghiệm $t \in (1; 3)$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở hình trên, ta có: $m \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông

góc của điểm A trên đường thẳng Δ là

A. $M(3; -1; 2)$.

B. $H(11; -17; 18)$.

C. $N(1; 3; -2)$.

D. $K(2; 1; 0)$.

Lời giải**Chọn A**

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng $\Delta \Rightarrow I(2+t; 1-2t; 2t)$

véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}(1; -2; 2)$

véc tơ $\vec{AI} = (3+t; -2t; 2t-6)$

Mà $\vec{AI} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{AI} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow I(3; -1; 2) \equiv M(3; -1; 2)$

Câu 34. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x-2)^8$

A. $1944C_8^3$.

B. $-1944C_8^3$.

C. $-864C_8^3$.

D. $864C_8^3$.

Lời giải**Chọn E**

$$(3x-2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (3x)^k \cdot (-2)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^k \cdot (-2)^{8-k} \cdot x^k$$

Theo bài ra $\Rightarrow k = 5$. Lấy hệ số chứa x^5 : $C_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-2)^3 = -1944 C_8^5 = -1944 C_8^3$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính sin của góc tạo bởi đường thẳng MD và mặt phẳng (SBC) , với M là trung điểm của BC .

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

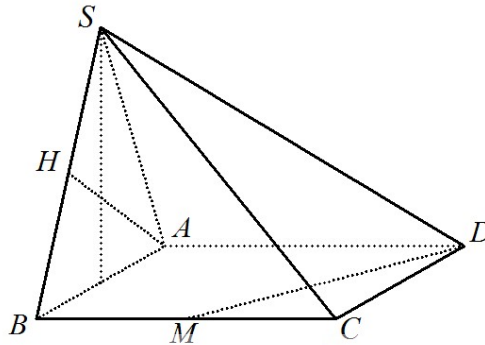
B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{13}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của SB thì $AH \perp SB$ (1)

Do $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$.

Gọi φ là góc giữa DM với (SBC) ta có: $\sin \varphi = \frac{d(D, (SBC))}{DM} = \frac{AH}{DM}$.

$$\text{Có } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, DM = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	3	18	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	0	$+\infty$	

Bất phương trình $e^{\sqrt{x}} \geq m - f(x)$ có nghiệm $x \in [4; 16]$ khi và chỉ khi

A. $m \leq f(4) + e^2$.

B. $m < f(4) + e^2$.

C. $m \leq f(16) + e^4$.

D. $m < f(16) + e^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $e^{\sqrt{x}} \geq m - f(x) \Leftrightarrow m \leq e^{\sqrt{x}} + f(x)$ (1).

Xét $g(x) = e^{\sqrt{x}} + f(x), x \in [4; 16]$.

Có $g'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} + f'(x) > 0, \forall x \in [4;16]$ (vì $\begin{cases} \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} > 0, \forall x \in [4;16] \\ 0 < f'(x) < 5, \forall x \in [4;16] \end{cases}$)

$\Rightarrow$ Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[4;16]$

$\Rightarrow g(4) \leq g(x) \leq g(16)$

Bất phương trình (1) có nghiệm thuộc $[4;16] \Leftrightarrow m \leq g(16) \Leftrightarrow m \leq e^4 + f(16)$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+3i| + |\bar{z}+5+i| = 2\sqrt{65}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+2+i|$ đạt được khi $z = a+bi$ với a, b là các số thực dương. Giá trị của $2a^2 + b^2$ bằng

A. 17.

B. 33.

C. 24.

D. 36.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi$; $(x, y \in \mathbb{R})$. Điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Theo giả thiết $|z-1+3i| + |\bar{z}+5+i| = 2\sqrt{65}$

$\Leftrightarrow |x+yi-1+3i| + |x-yi+5+i| = 2\sqrt{65} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} + \sqrt{(x+5)^2 + (y-1)^2} = 2\sqrt{65}$ (1)

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường elip (E) có tiêu điểm $F_1(1; -3)$ và

$F_2(-5; 1)$. Mà $|z+2+i| = \sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = MA$, với $A(-2; -1)$ là trung điểm của F_1F_2 .

Do đó $MA = |z+2+i|$ nhỏ nhất khi $M = \Delta \cap (E)$; với Δ đi qua A , $\Delta \perp F_1F_2$ và M có tọa độ dương. Ta có $\overrightarrow{F_1F_2} = (-6; 4) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = (-3; 2)$. Phương trình Δ là $-3x + 2y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{4+3x}{2}$.

Thay vào (1) ta được $\sqrt{(x-1)^2 + \left(\frac{3x+4}{2} + 3\right)^2} + \sqrt{(x+5)^2 + \left(\frac{3x+4}{2} - 1\right)^2} = 2\sqrt{65}$

$\Leftrightarrow \sqrt{13x^2 + 52x + 104} = 2\sqrt{65} \Leftrightarrow 13x^2 + 52x - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$.

+ Với $x = -6 \Rightarrow y = -7$ (loại).

+ Với $x = 2 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow M(2; 5) \Rightarrow a = 2; b = 5 \Rightarrow 2a^2 + b^2 = 33$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $(4; -3; 3)$.

B. $(4; -3; -3)$.

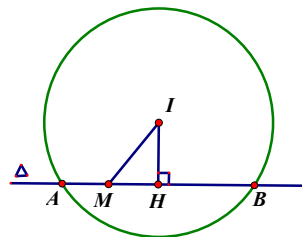
C. $(4; 3; 3)$.

D. $(-4; -3; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 3; 4)$, mặt phẳng (α) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{MI} = (1; 2; 3)$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên Δ . Khi đó $d(I, \Delta) = IH \leq IM$.

Để Δ cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, \Delta)$ lớn nhất $\Leftrightarrow \Delta \perp IM$

Khi đó Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}, \overline{MI}] = (1; -2; 1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Do đó Δ đi qua điểm có tọa độ $(4; -3; 3)$.

Câu 39. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1}$ là số thực. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{z}{2}$

là parabol có đỉnh

- A.** $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. **D.** $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $w = x + yi \Rightarrow z = 2w = 2x + 2yi \Rightarrow \frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1} = \frac{(2x-1)+(2y+1)i}{(2x+2y)i+1}$ là số thực

$$\Leftrightarrow [(2x-1)+(2y+1)i](1-4xi) \text{ là số thực } \Leftrightarrow -8x^2 + 4x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 4x^2 - 2x - \frac{1}{2}.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn w là parabol có đỉnh $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 5z + 4 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+5}{6}$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) có phương trình là:

- A.** $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi (d') là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) .

Ta có $(d') \subset (P)$ và $(d') \subset (Q)$ với (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) .

Véc tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (11; -16; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(Q): 11(x+1) - 16(y+1) - 1.(z+5) = 0 \Leftrightarrow 11x - 16y - z - 10 = 0$.

Tập hợp điểm $M(x, y, z) \in (d')$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x + y - 5z + 4 = 0 \\ 11x - 16y - z - 10 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \vec{u}_{d'} = (3; 2; 1) \text{ và } (d') \text{ đi qua } M(1; 0; 1). \text{ Do đó phương trình } (d') \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Gọi $g(x) = 2f(1-x) + \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 - 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $g'(x) = -2f'(1-x) + x^3 - 3x^2 + 2x = -2f'(1-x) - (1-x)^3 + 1 - x$.

Đặt $1-x = t$ suy ra $g'(x)$ trở thành $h(t) = -2f'(t) - t^3 + t$.

Bảng xét dấu

t	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$
$-2f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$t^3 - t$		$-$	0	$+$	0	$+$
$h(t)$	Không xác định		$+$	0	$-$	0

Từ bảng xét dấu ta suy ra $h(t)$ nhận giá trị dương trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(0;1)$.

Nhận giá trị âm trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Suy ra hàm số $g'(x)$ nhận giá trị dương trên các khoảng $(2;3)$ và $(0;1)$.

Hàm số $g'(x)$ nhận giá trị âm trên các khoảng $(1;2)$ và $(-\infty;1)$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 42. Trong các cặp số thực $(a;b)$ để bất phương trình: $(x-1)(x-a)(x^2+x+b) \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$, tích ab nhỏ nhất bằng

A. 1.

B. -2.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

TH1: $x^2 + x + b \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta = 1 - 4b \leq 0 \Leftrightarrow b \geq \frac{1}{4}.$$

Suy ra để $(x-1)(x-a)(x^2+x+b) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì $(x-1)(x-a) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $a = 1$

TH2: $x^2 + x + b$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow b < \frac{1}{4}$.

- Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm trong đó có nghiệm khác 1 và a thì giá trị của

$(x-1)(x-a)(x^2+x+b)$ bị đổi dấu qua các nghiệm khác đó nên không thỏa mãn.

- Giả sử $x_1 = 1, x_2 = a$

Suy ra $(x-1)(x-a) = x^2 + x + b$

$$\Leftrightarrow x^2 - (a+1)x + a = x^2 + x + b \Leftrightarrow \begin{cases} -(a+1) = 1 \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -2 \text{ (loại)}.$$

Suy ra tích ab nhỏ nhất bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3), B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = 18$.

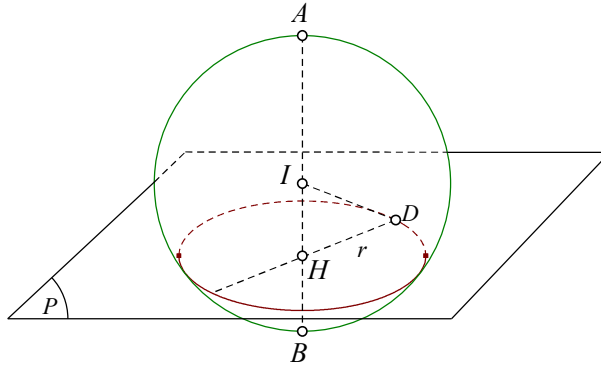
B. $S = -18$.

C. $S = -12$.

D. $S = 24$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2)$. Điểm H thuộc đoạn AB và không trùng với hai đầu mút nên ta giả sử $\overrightarrow{AH} = t\overrightarrow{AB}, (0 < t < 1)$

Khi đó tọa độ của điểm H là $H(2 + 4t; 1 + 4t; 3 + 2t)$ và $AH = tAB = 6t$.

Tâm của mặt cầu là trung điểm của AB có tọa độ $I(4; 3; 4)$, bán kính $R = IA = 3$

Bán kính đường tròn đáy của nón là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{9 - 9(2t - 1)^2} = 6\sqrt{t - t^2}$

Thể tích khối nón:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 AH = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot (t - t^2) \cdot 6t = 36\pi t^2 (2 - 2t) \leq 36\pi \cdot \left(\frac{t + t + 2 - 2t}{3} \right)^3 = \frac{32}{3} \pi$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = 2 - 2t \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Khi đó $H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$.

Mặt phẳng (P) qua H , nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình:

$$2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + \left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow b + c + d = -18.$$

Cách 2.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2)$.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(4; 3; 4)$. Bán kính mặt cầu là $R = IA = 3$.

Giả sử $IH = t$. Xét điểm H' đối xứng với H qua I thì mặt phẳng qua H, H' cắt mặt cầu với đường tròn có cùng bán kính nên thể tích khối nón sẽ lớn hơn nếu H nằm khác phía A so với điểm I . Khi đó chiều cao của nón là $AH = 3 + t (0 < t < 3)$

Bán kính mặt nón là: $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{9 - t^2}$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi(9-t^2)(3+t) = \frac{\pi}{3}(-t^3 - 3t^2 + 9t + 27)$.

Xét hàm số $f(t) = -t^3 - 3t^2 + 9t + 27$, có

$$f'(t) = -3t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases} \text{ (loại)}$$

Bảng biến thiên

t	0	1	3
$f'(t)$		+	0
$f(t)$	27	32	0

$\Rightarrow \max_{(0;3)} f(t) = f(1) = 32$. Khi đó $IH = 1 \Rightarrow AH = 4$.

Đường thẳng AB nhận $\vec{u}(2;2;1)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Suy ra $H(2+2t; 1+2t; 3+t)$.

Mà $IH = \sqrt{(2t-2)^2 + (2t-2)^2 + (t-1)^2} = 1 \Leftrightarrow 9t^2 - 18t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{3} \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}$

□ Với $t = \frac{2}{3} \Rightarrow H\left(\frac{10}{3}; \frac{7}{3}; \frac{11}{3}\right) \Rightarrow AH = 2$. (loại).

□ Với $t = \frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right) \Rightarrow AH = 4$.

Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua $H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$ và nhận vector $\vec{u}(2;2;1)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$2\left(x - \frac{14}{3}\right) + 2\left(y - \frac{11}{3}\right) + \left(z - \frac{13}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

Do đó: $\begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \\ d = -21 \end{cases} \Rightarrow b + c + d = -18$.

Câu 44. Anh Việt vay tiền ngân hàng 500 triệu đồng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng và chịu lãi suất là 0,9%/tháng cho số tiền chưa trả. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh Việt sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

A. 65 tháng.

B. 67 tháng.

C. 66 tháng.

D. 68 tháng.

Lời giải

Chọn B

Gọi r là lãi suất của khoản vay.

- Số nợ của Việt sau tháng thứ nhất là: $T_1 = 500 \cdot (1+r) - 10$ (triệu đồng)

- Số nợ của Việt sau tháng thứ hai là:

$$T_2 = T_1(1+r) - 10 = 500 \cdot (1+r)^2 - 10(1+r) - 10 = 500 \cdot (1+r)^2 - 10[1 + (1+r)] \text{ (triệu đồng)}$$

...

- Số nợ của Việt sau tháng thứ n là:

$$T_n = 500 \cdot (1+r)^n - 10 \left[1 + (1+r) + \dots + (1+r)^{n-1} \right] \text{ (triệu đồng)}$$

Giả sử sau tháng thứ n , Việt trả được hết số nợ, khi đó

$$T_n = 0 \Leftrightarrow 500 \cdot (1+r)^n = 10 \left[1 + (1+r) + \dots + (1+r)^{n-1} \right]$$

$$\Leftrightarrow 50 \cdot (1+r)^n = \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{1}{1-50r} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \left(\frac{1}{1-50r} \right)$$

Vậy $n = \log_{1,009} \frac{1}{1-50 \cdot 0,009} \approx 66,73$. Tức là sau khoảng 67 tháng Việt trả được hết nợ ngân hàng

Câu 45. Biết $I = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 3e^{-x} + 4} dx = \frac{1}{c} (\ln a - \ln b + \ln c)$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương. Tính

$$P = 2a - b + c.$$

A. -1.

B. -3.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 3e^{-x} + 4} dx = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{e^{2x} + 4e^x + 3}.$$

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: với $x=0$ thì $t=1$, với $x=\ln 2$ thì $t=2$. Khi đó,

$$I = \int_1^2 \frac{dt}{t^2 + 4t + 3} = \int_1^2 \frac{1}{(t+1)(t+3)} dt = \frac{1}{2} \int_1^2 \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{t+3} \right) dt = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t+1}{t+3} \right| \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(\ln \frac{3}{5} - \ln \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} (\ln 3 - \ln 5 + \ln 2).$$

$$\Rightarrow a=3, b=5, c=2.$$

$$\text{Vậy } P = 2a - b + c = 3.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2 (x-1)^2 f(x) dx = -\frac{1}{3}$,

$$f(2)=0 \text{ và } \int_1^2 [f'(x)]^2 dx = 7. \text{ Tính tích phân } I = \int_1^2 f(x) dx.$$

A. $I = \frac{7}{5}.$

B. $I = -\frac{7}{5}.$

C. $I = -\frac{7}{20}.$

D. $I = \frac{7}{20}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = (x-1)^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{(x-1)^3}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó, } \int_1^2 (x-1)^2 f(x) dx = \frac{(x-1)^3 f(x)}{3} \Big|_1^2 - \frac{1}{3} \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx \text{ (vì } f(2)=0)$$

$$\Rightarrow \int_1^2 (x-1)^3 f'(x) dx = 1.$$

$$\begin{aligned} & \int_1^2 [f'(x)]^2 dx = 7 \\ \text{Ta lại có: } & \begin{cases} \int_1^2 14(x-1)^3 f'(x) dx = 14 \\ \int_1^2 49(x-1)^6 dx = 7(x-1)^7 \Big|_1^2 = 7 \end{cases} \\ \Rightarrow & \int_1^2 [f'(x)]^2 dx - \int_1^2 14(x-1)^3 f'(x) dx + \int_1^2 49(x-1)^6 dx = 0 \\ \Rightarrow & \int_1^2 [f'(x) - 7(x-1)^3]^2 dx = 0 \quad (1), \text{ mà } \int_1^2 [f'(x) - 7(x-1)^3]^2 dx \geq 0. \\ \text{nên } (1) \Rightarrow & f'(x) - 7(x-1)^3 = 0 \Rightarrow f'(x) = 7(x-1)^3 \Rightarrow f(x) = \frac{7(x-1)^4}{4} + C. \\ \text{Mà } f(2) = 0 \Leftrightarrow & \frac{7}{4} + C = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{7}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{7}{4}[(x-1)^4 - 1]. \\ \Rightarrow I = \int_1^2 f(x) dx = & \frac{7}{4} \int_1^2 [(x-1)^4 - 1] dx = \frac{7}{4} \left[\frac{(x-1)^5}{5} - x \right]_1^2 = -\frac{7}{5}. \\ \text{Vậy } I = & -\frac{7}{5}. \end{aligned}$$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến mặt phẳng (SAC) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến mặt phẳng (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$. và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{36}$.

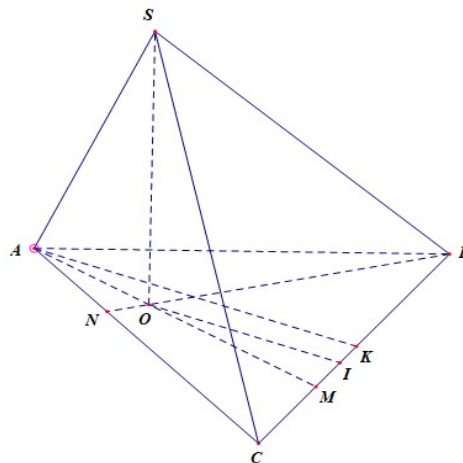
B. $\frac{1}{48}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC)

Đặt $d(A, BC) = a, d(B, AC) = b, d(C, AB) = c, SO = h$

Ta có $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OAB} \Rightarrow a + b + c = \frac{\sqrt{3}}{2}(1)$ (vì ΔABC đều cạnh bằng 1)

$$\text{Mặt khác } \frac{d(O, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{OM}{AM} = \frac{OI}{AK} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SBC)) = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow a = h$$

$$\text{Tương tự } \frac{d(O, (SAC))}{d(B, (SAC))} = \frac{d(O, AC)}{d(B, AC)} = \frac{2b}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SAC)) = \frac{2b}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{10} = \frac{b}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{b^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow b = 2h$$

$$\text{Tương tự } \frac{d(O, (SAB))}{d(C, (SAB))} = \frac{d(O, AB)}{d(C, AB)} = \frac{2c}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(O, (SAB)) = \frac{2c}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{30}}{20} = \frac{c}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{c^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = 3h$$

$$\Rightarrow a + b + c = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{48}$$

Câu 48. Trong chương trình giao lưu gồm có 15 người ngồi vào 15 ghế theo một hàng ngang. Giả sử người dẫn chương trình chọn ngẫu nhiên 3 người trong 15 người để giao lưu với khán giả. Xác suất để trong 3 người được chọn đó không có 2 người ngồi kề nhau

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{13}{35}$.

C. $\frac{22}{35}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$

Gọi A là biến cố “trong 3 người được chọn đó không có 2 người ngồi kề nhau”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố “ trong 3 người được chọn có ít nhất 2 người ngồi kề nhau”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

TH 1: 3 người ngồi kề nhau có 13 cách chọn.

TH 2: có 2 người ngồi cạnh nhau

- Hai người ngồi cạnh nhau ngồi đầu hàng có 2 cách chọn, với mỗi cách chọn như vậy có 12 cách chọn người còn lại vậy có: $2 \cdot 12 = 24$ cách

- Hai người ngồi cạnh nhau không ngồi đầu hàng có 12 cách chọn, với mỗi cách chọn như vậy có 11 cách chọn người còn lại vậy có: $11 \cdot 12 = 132$ cách

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = 132 + 24 + 13 = 169 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{\Omega} = \frac{169}{455} = \frac{13}{35} \Rightarrow P(A) = \frac{22}{35}$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Tính tan góc giữa 2 mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\sqrt{15}$.

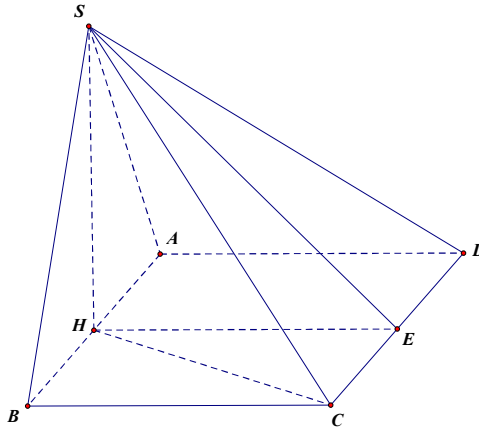
B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Chọn B

Lời giải



Gọi H, E lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\widehat{SC, (ABCD)} = \widehat{SC, HC} = \widehat{SCH} = 60^\circ$$

$$HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \sqrt{5}a \Rightarrow SH = \tan 60^\circ \cdot HC = a\sqrt{15}$$

$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ \text{Trong } (SCD): SE \perp CD \Rightarrow \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{(SE, HE)} = \widehat{SEH} \\ \text{Trong } (ABCD): HE \perp CD \end{cases}$$

$$\tan \widehat{SEH} = \frac{SH}{HE} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = (x-1)^2(mx^2 + 4mx - m + n - 2)$ với $m, n \in \mathbb{R}$. Biết trên khoảng $\left(-\frac{7}{6}; 0\right)$ hàm

số đạt cực đại tại $x = -1$. Trên đoạn $\left[-\frac{7}{2}; -\frac{5}{4}\right]$ hàm số đã cho đạt cực tiểu tại.

A. $x = -\frac{7}{2}$.

B. $x = -\frac{3}{2}$.

C. $x = -\frac{5}{2}$.

D. $x = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = (x-1)(4mx^2 + 10mx - 6m + 2n - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 4mx^2 + 10mx - 6m + 2n - 4 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Trên khoảng $\left(-\frac{7}{6}; 0\right)$ hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

trong đó có một nghiệm $x_1 = -1$

$$\Rightarrow m \neq 0 \text{ và } x_2 = -\frac{3}{2} \text{ (vì theo Vi-ét } x_1 + x_2 = -\frac{5}{2} \text{ và } x_1 = -1 \text{)}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of the function $f(x)$ based on the sign of the first derivative $f'(x)$:

- For $x < -1$, $f'(x) < 0$, the function is decreasing from $+\infty$ towards a local minimum at $x = -1$.
- For $-1 < x < 1$, $f'(x) > 0$, the function is increasing from a local minimum at $x = -1$ towards a local maximum at $x = 1$.
- For $x > 1$, $f'(x) < 0$, the function is decreasing from a local maximum at $x = 1$ towards $+\infty$.

The critical points are labeled as CT (Critical Point) at $x = -1$ and $x = 1$, and CD (Critical Point) at $x = -1$ and $x = 1$.

Vậy trên đoạn $\left[-\frac{7}{2}; -\frac{5}{4}\right]$ hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -\frac{3}{2}$.

HẾT