

**Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 môn Toán Phòng GD&ĐT quận Đống Đa
năm học 2019 - 2020 (vòng 2)**

UBND QUẬN ĐỐNG ĐA
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9
NĂM HỌC 2019 - 2020
VÒNG 2**

Ngày thi: 2/11/2019
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)
(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I (3,0 điểm) Cho

$$S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018.2019}$$

là tổng của 2017 số hạng. Tính S (kết quả để dưới dạng phân số).

Câu II (4,0 điểm) Giải phương trình $x^2 + 1 = (x + 1)\sqrt{x^2 - 2x + 3}$ với x là ẩn số.

Câu III (6,0 điểm)

- Cho A là một số nguyên dương gồm 4039 chữ số, trong đó có 2019 chữ số 1 và 2020 chữ số 0. Chứng minh rằng không tồn tại hai số nguyên dương a, n lớn hơn 1 thỏa mãn $A = a^n$.
- Cho a, b, c là các số thực dương nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng ít nhất một trong các số $a(1 - b), b(1 - c), c(1 - a)$ không lớn hơn $\frac{1}{4}$.

Câu IV (6,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Lấy điểm E thuộc đoạn thẳng BC nhưng không trùng với các điểm B và C . Lấy điểm F thuộc tia CD sao cho AF vuông góc với AE . Dựng hình vuông $AEGF$. Lấy điểm H thuộc đoạn AD sao cho EH vuông góc với AD . Đoạn thẳng AG cắt EH tại M , cắt CD tại N .

- Chứng minh rằng tứ giác $EMFN$ là hình thoi.
- Chứng minh rằng chu vi tam giác CNE không phụ thuộc vào vị trí của điểm E .
- Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác CNE .

Câu V (1,0 điểm)

Xét bảng ô vuông cỡ 8×3 ô gồm 24 hình vuông, tạo ra 36 giao điểm (xem hình vẽ dưới đây).



Tô mỗi điểm trong 36 điểm đó bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng trong số 36 điểm đã cho đó tồn tại bốn điểm cùng màu sao cho tứ giác tạo bởi bốn điểm đó là một hình chữ nhật.

--- HẾT ---

Ghi chú:

- Học sinh không sử dụng tài liệu, không trao đổi khi làm bài.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Xem tiếp tài liệu tại: <https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop-9>