

Câu 1: Tích phân $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ bằng

A. $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$.

C. $\int_0^1 \cos^2 t dt$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 12x$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$.

C. $y = -\frac{2}{x}$.

D. $y = 2x^2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	15	-17	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-17; 15)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 4: Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_2 2021!} + \frac{1}{\log_3 2021!} + \dots + \frac{1}{\log_{2021} 2021!}$

A. 2.

B. 2021.

C. 1.

D. 0.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \cos(\pi \ln x)$. Tính tích phân $I = \int_1^e f'(x) dx$.

A. $I = -2$.

B. $I = 2\pi$.

C. $I = 2$.

D. $I = -2\pi$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \ln(\cos x)$. Giá trị của $f'(-\frac{\pi}{4})$ là

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 10π .

B. 20π .

C. 50π .

D. 15π .

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \ln x$ trên $[1; e^2]$ là

A. $1 + e$.

B. 2.

C. $2e^2$.

D. 1.

Câu 9: Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

A. $J = 2$.

B. $J = 8$.

C. $J = 6$.

D. $J = 4$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 2x - 1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;-2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0;2;-2)$.

B. $(0;0;-2)$.

C. $(3;0;-2)$.

D. $(3;2;0)$.

Câu 12: Cho mặt cầu có bán kính $R = 9$. Thể tích của khối cầu đó bằng

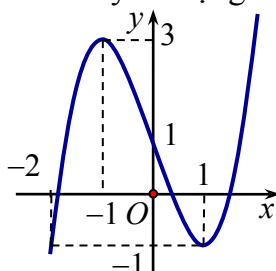
A. 243π .

B. 972π .

C. 2916π .

D. 324π .

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2 (8-x)$ là

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 4)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(0; 4)$.

Câu 15: Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$, bằng

A. $V = 3$.

B. $V = 18$.

C. $V = 22$.

D. $V = 20$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;4)$, $B(1;2;3)$, $C(9;6;4)$ là ba đỉnh của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ đỉnh D là

A. $D(11;-4;-5)$.

B. $D(11;4;-5)$.

C. $D(11;4;5)$.

D. $D(11;-4;5)$.

Câu 17: Cho biết khối hộp chữ nhật có thể tích bằng 80cm^3 , đáy là hình vuông cạnh 4cm , chiều cao của hình hộp đó là

A. 20cm

B. 5cm .

C. 4cm .

D. 6cm .

Câu 18: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3-x}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y = -2$.

B. $x = -2$.

C. $y = -1$.

D. $x = 3$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x^2$ là

A. $e^x + \frac{x^3}{3} + C$.

B. $e^x + 3x^3 + C$.

C. $\frac{1}{x}e^x + \frac{x^3}{3} + C$.

D. $e^x + 2x + C$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 21: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5%/năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền gần với số nào nhất trong các số tiền sau? (Biết lãi suất hàng năm không đổi).

A. 72 triệu đồng.

B. 61,94 triệu đồng.

C. 52 triệu đồng.

D. 63,5 triệu đồng.

Câu 22: Hàm số $F(x) = \sin x + 3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, khi đó hàm $f(x)$ là

A. $f(x) = \cos x + 3\sin x$.

B. $f(x) = 3\sin x - \cos x$.

C. $f(x) = \cos x - 3\sin x$.

D. $f(x) = -\cos x + 3\sin x$.

Câu 23: Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_a b^2 = -2\log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2\log_a b$.

C. $\log_a b^2 = -2\log_a b$.

D. $\log_a b^2 = 2\log_a |b|$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SBC đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ biết góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là

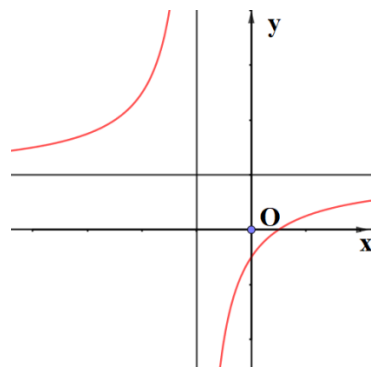
A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 25: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad < 0$ và $ab < 0$.

B. $bd < 0$ và $ab > 0$.

C. $ad > 0$ và $ab < 0$.

D. $ad > 0$ và $bd > 0$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $[-4; +\infty)$.

C. $(-\infty; -4]$.

D. $(-\infty; 4]$.

Câu 27: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = -3$, $x = 0$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)^2 dx$

B. $S = \int_0^2 (e^x - 3) dx$.

C. $S = \int_0^2 (e^x + 3) dx$.

D. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3) dx$.

Câu 28: Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh 3cm , chiều cao 5cm . Thể tích khối chóp đó là

- A. $\frac{15\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$. B. 45cm . C. 45cm^3 . D. $\frac{45\sqrt{3}}{4}\text{cm}^3$.

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 30: Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích khối tứ diện $A'ABC$. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 31: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình D xung quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^\pi \sin^2 2x dx$. B. $\pi \int_0^\pi |\sin 2x| dx$. C. $\int_0^\pi \sin^2 2x dx$. D. $\int_0^\pi |\sin 2x| dx$.

Câu 32: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Khi đó, diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A. 10π . B. 20π . C. 6π . D. 14π .

Câu 33: Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$. B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$.
C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$. D. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$.

Câu 34: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Câu 35: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -7$ và $\int_2^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. -4. B. 4. C. -10. D. -21.

Câu 36: Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z - 1 = 0$ và cách gốc toạ độ một khoảng bằng 1 là

- A. $2x - 2y + z \pm 3 = 0$. B. $2x - 2y + z \pm 9 = 0$.
C. $2x - 2y + z \pm 1 = 0$. D. $x - 2y + 2z \pm 3 = 0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 2)$ và $B(-1; -1; 8)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $4x + 2y - 6z + 13 = 0$. B. $x - 2y - 3z + 1 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 13 = 0$. D. $2x + y - 3z + 13 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc tạo bởi hai vector $\vec{a} = (-2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (1; -1; 0)$ là

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 135° .

Câu 39: Cho $\vec{a}(1; -2; 3)$ và $\vec{b}(4; -1; -1)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 9$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -4)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 4)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 0; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là

- A. $x + y - 3z - 1 = 0$. B. $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$. D. $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 42: Kết quả $\int (x + e^{2020x}) dx$ bằng

- A. $x^2 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. B. $x^3 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. C. $\frac{x^2}{2} + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. D. $x + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$

Câu 43: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của (C) .

- A. $r = \sqrt{2}$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = 2$. D. $r = \sqrt{5}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 5; 2)$, $\vec{b} = (0; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; -1; 1)$ thì tọa độ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 15\vec{c}$ là

- A. $\vec{v} = (-9; 2; 10)$. B. $\vec{v} = (9; -1; 10)$. C. $\vec{v} = (9; 2; 10)$. D. $\vec{v} = (9; -2; 10)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2; 1; 3)$. B. $I(2; -1; -3)$. C. $I(2; -1; 3)$. D. $I(2; 1; -3)$.

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Biết tam giác $AA'M$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABC)$. Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 54. B. 6. C. 18. D. 9.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của tập hợp S là

- A. 17. B. 16. C. 18. D. 15.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1$,

$\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $2a + b - c$ bằng

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 8.

----- HẾT -----

Toán 12 GK2	Mã đề 132	Mã đề 209	Mã đề 357	Mã đề 485
1	D	B	B	B
2	B	C	D	D
3	B	C	A	D
4	C	D	C	B
5	A	C	D	D
6	C	A	D	C
7	D	B	A	C
8	D	C	D	C
9	A	A	D	B
10	A	A	B	B
11	D	A	D	A
12	B	C	C	A
13	D	C	A	C
14	C	B	D	D
15	B	D	A	A
16	C	D	A	D
17	B	A	B	C
18	B	C	A	D
19	A	A	D	A
20	C	D	C	D
21	B	B	D	A
22	C	D	C	B
23	D	D	B	B
24	D	C	B	B
25	C	D	B	A
26	C	B	B	A
27	C	B	A	B
28	A	C	C	C
29	B	B	B	C
30	A	B	C	D
31	A	D	C	C
32	B	A	B	B
33	A	D	B	D
34	A	B	D	D
35	A	D	D	C
36	A	A	A	A
37	D	C	A	A
38	D	D	C	D
39	B	C	A	B
40	C	A	B	C
41	D	C	C	B
42	C	B	B	B
43	B	A	C	C
44	D	B	A	A
45	B	A	C	A
46	C	B	B	B
47	D	A	B	B
48	B	B	A	A
49	A	A	A	B
50	B	B	A	B

GỢI Ý TỪ CÂU 46 ĐẾN CÂU 50

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 16.

B. 17.

C. 18.

D. 15.

Lời giải:

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $g'(x) = x^3 - 28x + 48$.

Xét phương trình

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 (\text{nhan}) \\ x = 4 (\text{loai}) \\ x = -6 (\text{loai}) \end{cases}$$

Ta có $g(0) = 0; g(2) = 44$.

Do đó $0 \leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x \leq 44$

$$\Leftrightarrow m - 30 \leq \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \leq m + 14.$$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = \max \{|m - 30|; |m + 14|\}$.

Xét các trường hợp sau

- $|m - 30| \geq |m + 14| \Leftrightarrow m \leq 8. (1)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m - 30|$, theo đề bài $|m - 30| \leq 30 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 60. (2)$

Từ (1) và (2) ta được $m \in [0; 8]$.

- $|m - 30| < |m + 14| \Leftrightarrow m > 8. (3)$

Khi đó $\max_{x \in [0; 2]} y = |m + 14|$, theo đề bài $|m + 14| \leq 30 \Leftrightarrow -44 \leq m \leq 16. (4)$

Từ (3) và (4) ta được $m \in (8; 16]$.

Vậy $m \in [0; 16]$ và m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 15; 16\}$.

Khi đó, số phần tử của tập S là **17**

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời điều kiện $3^{|x^2 - 2x - 3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ và $4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2 \leq 8$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Xét bảng sau:

y	$-\infty$	0		1	$+\infty$
y	-	0	+		+
$y - 1$	-		-	0	+

Gọi $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$ (*)

+ TH1. $y < 0$, ta có (*) $\Leftrightarrow -4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -3 \leq y \leq 0$, do đó $-3 \leq y < 0$.

+ TH2. $0 \leq y \leq 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y + y - 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow -11 \leq y \leq 0$, do đó $y = 0$.

+ TH3. $y > 1$, (*) $\Leftrightarrow 4y - y + 1 + (y+3)^2 \leq 8 \Leftrightarrow \frac{-9 - \sqrt{73}}{2} \leq y \leq \frac{-9 + \sqrt{73}}{2}$, do đó loại TH3.

Vậy cả 3 trường hợp cho ta $-3 \leq y \leq 0$, với điều này ta có

$$3^{|x^2-2x-3| - \log_3 5} = 5^{-(y+4)} \Leftrightarrow 3^{|x^2-2x-3|} = 5^{-(y+3)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{y+3}.$$

Do $3^{|x^2-2x-3|} \geq 1$ và $\left(\frac{1}{5}\right)^{y+3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$ ($y \geq -3$).

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \vee x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy có 2 cặp nghiệm thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó $2a + b - c$ bằng

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

♦ Ta có $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^3 x + \cos^3 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$

♦ Do đó: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x + 1) dx$ (*)

+) Ta có

$$\text{Xét } \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x + 1) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x (1 - \cos^2 x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x (1 - \sin^2 x) dx$$

$$= \frac{\pi}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^2 x) d(\cos x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 x) d(\sin x)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \left(\cos x - \frac{\cos^3 x}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}$$

+) Xét $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$. Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0; x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2}-x\right) dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

$$\text{Thay vào (*) ta có } 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra: } a=4, b=2, c=3 \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 2a+b-c=7$$

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , M là trung điểm của BC . Biết tam giác $AA'M$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABC)$. Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng:

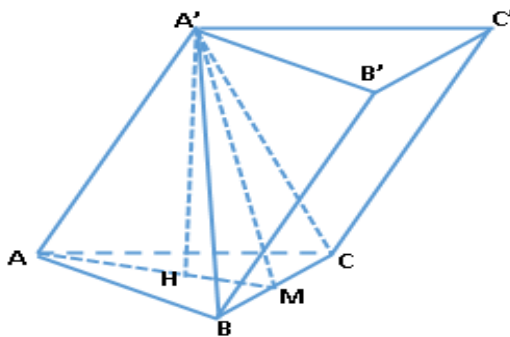
A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AM , tam giác $AA'M$ là tam giác đều nên $A'H$ vuông góc với AM . Theo giả thiết $(AA'M)$ vuông góc với (ABC) , nên $A'H$ vuông góc với (ABC) .

Tam giác ABC đều, cạnh bằng a nên tam giác $AA'M$ đều cạnh bằng $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$\text{nên } A'H = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}. \text{ Tam giác } ABC \text{ đều, cạnh bằng } a \text{ có diện tích}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng:

$$V_{A'.BCC'B'} = V_{A'B'C'.ABC} - V_{A'.ABC} = A'H.S_{ABC} - \frac{1}{3}.A'H.S_{ABC} = \frac{2}{3}.A'H.S_{ABC} = \frac{2}{3}.\frac{3a}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{16}$$

$$\Leftrightarrow V_{A'.BCC'B'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 54.

B. 6.

C. 9.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0,0,c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì : $M \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là : $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{c}}$

Hay $1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Leftrightarrow 1 \geq \frac{54}{abc}$

Suy ra : $abc \geq 54 \Leftrightarrow \frac{1}{6}abc \geq 9$

Vậy : $V_{OABC} \geq 9$.

Mời các bạn tham khảo thêm tài liệu học tập lớp 12 tại đây: <https://vndoc.com/tai-lieu-hoc-tap-lop12>